27 de abril de 2016

DISCURSO DE INGRESO DE

Juan José Nieto Roig

REAL ACADEMIA GALEGA DE CIENCIAS

Título

Matemáticas para la complejidad

Matemáticas para a complexidade

Excmo. Sr.Presidente da Real Academia Galega de Ciencia,, Reitor da Universidade de Santiago de Compostela, Concelleiro de Educación e Cidadania, Decana da Facultade de Matemáticas, Autoridades, Compañeiros e compañeiras, Amigos e amigas, familiares:

Es un honor ingresar en la Real Academia Galega de Ciencias.

Quiero agradecer al Presidente y miembros de la RAGC que hayan considerado que forme parte de ella.

Para ser sincero es uno de mis anhelos profesionales y científicos. Ser reconocido donde uno reside y trabaja siempre es difícil. Por ello mi agradecimiento a todos los miembros de esta RAGC es aún mayor.

Por supuesto agradecimiento a mi familia, amigos profesores, compañeros y alumnos a lo largo de todos estos años.

Como estamos en el acto de la toma de posesión como Académico Numerario, naturalmente hablaré de Ciencia y enmarcado en lo que ha sido mi formación y carrera científica como matemático.

Mi formación inicial se sitúa entre el Análisis Funcional, las ecuaciones diferenciales, los sistemas dinámicos y el estudio de los sistemas complejos.

Vivimos en un mundo complejo. Cualquier proceso depende de múltiplescausas y da lugar a un sinfín de efectos con numerosas ramificaciones e interconexiones. Ello da lugar a una permanente retroalimentación haciendo muy difícil, si no imposible, aislar las causas de las consecuencias y poder predecir el fututo.

Por ejemplo, ¿Quién nos iba a decir hace unos años la situación inestable del mundo o que, en otro orden de cosas, los intereses de las hipotecas serían negativos?

De ahí el título:

Matemáticas para la complejidad

Cuando inicié la elaboración de este discurso, he de decir que me resultó una labor grata. Sin embargo enseguida surgieron las dificultades y sobre todo en referencia al título. Las *matemáticas* (como ciencia y como palabra), pensé, van a asustar a la gente y a los posibles asistentes. También contemplé la posibilidad de un título más florido al estilo del discurso de ingreso del matemático gallego Vicente Vázquez Queipo (nombrado con solo dieciocho años sustituto de la cátedra de Matemáticas sublimes)en su ingreso en la Academia de Historia en 1861:

Progresos que en los últimos treinta años ha hecho la historia de los pueblos primitivos, y brillante porvenir que la preparan los asombrosos descubrimientos debidos al poder de la inteligencia humana.

DISCURSO

DEL

EXCMO. SR. D. VICENTE VAZQUEZ QUEIPO,

PROGRESOS

QUE EN LOS ÚLTIMOS TREINTA AÑOS HA HECHO LA HISTORIA DE LOS PUEBLOS PRIMITIVOS, Y BRILLANTE PORVENIR QUE LA PREPARAN LOS ASOMBROSOS DESCUBRIMIENTOS DEBIDOS AL PODER DE LA INTELIGENCIA HUMANA.

Pronto reparé en que en la RAGC hay sólo cuatro académicos numerarios dentro del campo de

Matemáticas, Física y Física del Cosmos, a saber,

- Luís A. Cordero Rego 1979
- Gerardo Rodríguez López 1979
- Félix Vidal Costa 1992
- Vicente Pérez Villar 1998

y de ellos sólo dos matemáticos cuyos discursos versaron sobre

As ciencias matemáticas, esas descoñecidas

(Luis A. Cordero Rego, 1982)

y

Ecuacións diferenciáis e ciencia

(Gerardo Rodríguez López, 1985)

por lo que hace bastante, quizás demasiado, tiempo que en esta Real Academia no ingresa ningún matemático y sea oportuno tratar de realzar a las ciencias Matemáticas y que apareciese de forma explícita en el título:

Matemáticas para la complejidad

Pero no se asusten, no sólo hablaré de matemáticas, sino de algunos aspectos personales y de las múltiples relaciones de las matemáticas con todos los campos científicos, o al menos con muchos de ellos.

Las matemáticas tienen su origen en muchos problemas de la naturaleza, y la resolución de algunas cuestiones matemáticas ayuda a entender dichos problemas dando lugar a nuevas soluciones, métodosy tecnologías que a su vez generan nuevas cuestiones en un bucle sin fin.

Un ejemplo clásico: ¿cuál es la longitud de una circunferencia? O lo que es lo mismo: ¿cuál es la

distanciaque recorre una rueda después de un número determinado de vueltas?

¿Habrá una ruta óptima para un repartidor?

Sin querer entrar en política, recientemente hubo una votación cuyo resultado fue un empate a 1.515 ¿Cuál es la probabilidad de que se dé ese resultado?

Y otras preguntas más sofisticadas o complejas, no matemáticas aparentemente, y de las que trataré más adelante:

¿Cómo podemos comparar dos secuencias genéticas?

¿Cómo se descubrió la forma de contagio de la malaria?

Las matemáticas aunque no las veamos, o muchos de ustedes prefieran no verlas, están presentes en muchos aspectos de nuestras vidas. Cualquier transacción electrónica segura utiliza protocolos de seguridad basados en criptografía que descansan en la teoría de números.

Permítanme que ponga una cita de una novela reciente muy leída:

"*Hoy en día los ordenadores pueden multiplicar con suma facilidad números primos compuestos de millones de cifras. Sin embargo, al realizar el camino inverso resulta extremadamente complicado. Números de tan sólo cien dígitos presentan grandes problemas.*

Las dificultades de factorización en números primos son aprovechadas por algoritmos de criptografía como el RSA. Los números primos se han convertido en los grandes amigos de los secretos."

Millennium/StiegLarsson 2015

Lo que no te mata te hace más fuerte. David Lagercrantz

Los matemáticos tenemos cierta fama, que ni siquiera voy a explicitar. No obstante, considero que, en general, no es así. Voy a poner varios ejemplos a lo largo de este discurso que espero que además de científico sea entretenido.

Hemos utilizado símbolos que recogen una gran información:

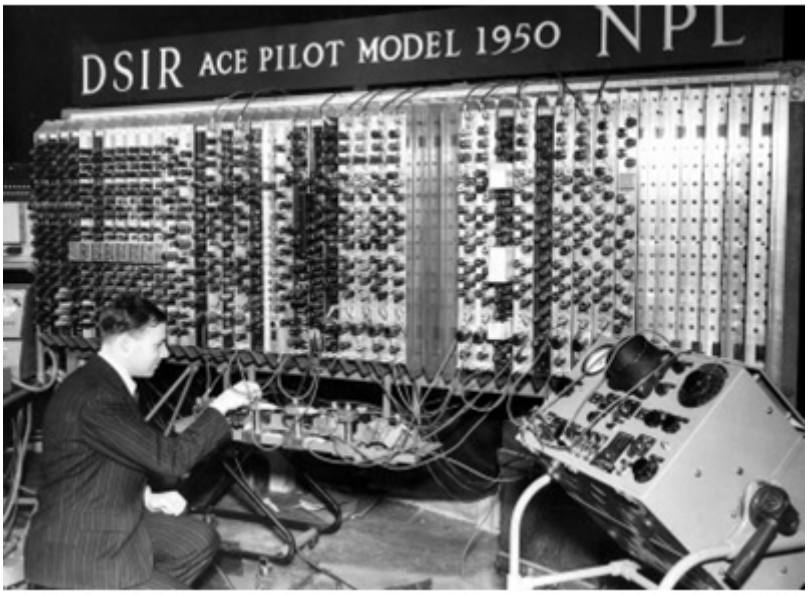
0 → π ∞ √ ∫

En realidad los matemáticos hemos sido precursores de los emoticonos:-) ☺

Hay que tener en cuenta que hace más de 30 años que no ingresa en esta Academia una persona dedicada a las matemáticas.

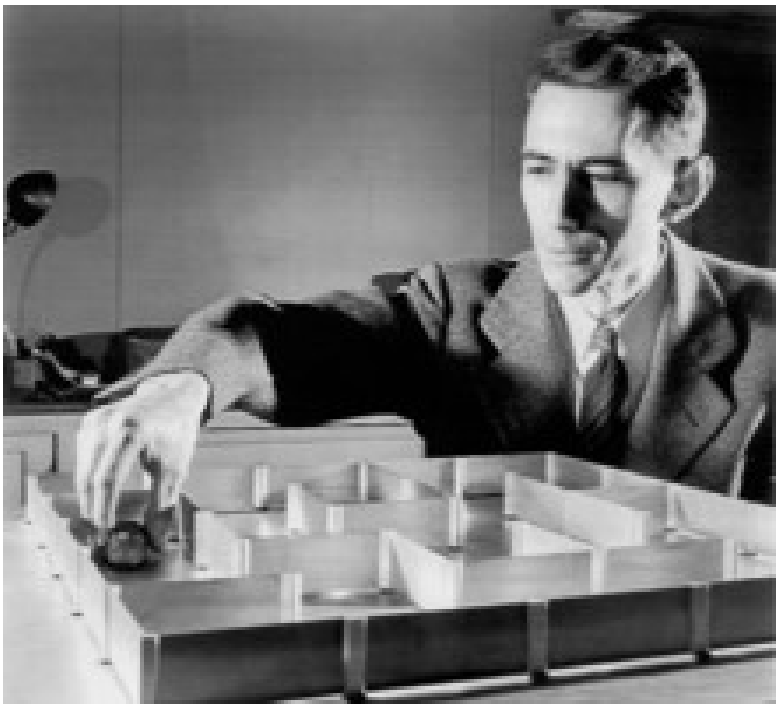
Sin embargo, recordando y repasando los discursos de reciente ingreso de algunos de nuestros ilustres académicos, aparecen numerosas referencias de claro componente matemático.

- Alan Turing, famoso matemático que ha recobrado una notable popularidad por la película del año 2014 *Descifrando Enigma*, mencionado por el Profesor Barro en su discurso y por el Prof. Felix Vidal en su contestación. Turing logró descifrar los mensajes secretos de los nazis y jugó un papel fundamental en el desenlace de la segunda guerra mundial y es el precursor de la Inteligencia Artificial.



- Shannon con su famoso trabajo sobre *La Teoría Matemática de la Comunicación* en el discurso del

Prof. Fernando Pérez.



Claude E. Shannon nacido el 30 de abril de 1916.

- Estrategias óptimas de vacunación en el discurso de la Profesora Alicia Estévez. Sobre la componente matemática de ello trataré más adelante.

ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com
ScienceDirect

Vaccine 24 (2006) 6037–6045

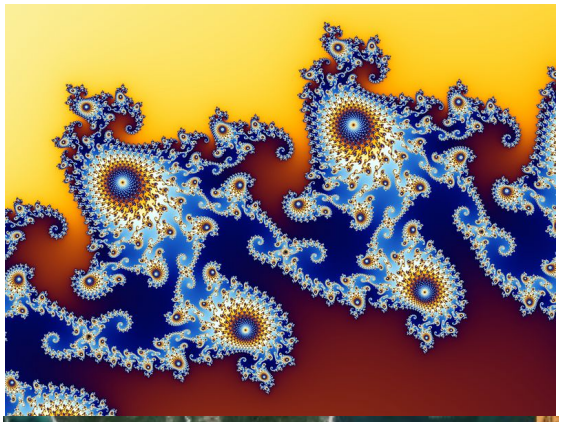
Vaccine
www.elsevier.com/locate/vaccine

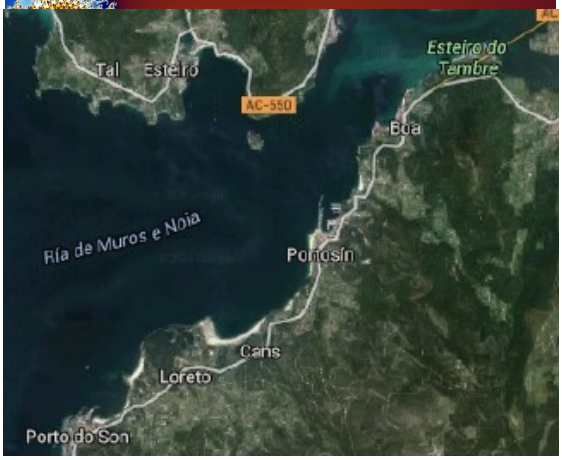
Analysis of a delayed epidemic model with pulse vaccination and saturation incidence

Shujing Gao[a,b,*], Lansun Chen[b], Juan J. Nieto[c], Angela Torres[d]

- Mandelbrot, citado por el Prof. Pedro Merino en su discurso, matemático y principal creador de los fractales.

El famoso artículo titulado *¿Cuánto mide las costa?* enlaza con la costa y rías gallegas tratadas por el Prof. Ramón Romaní en su discurso. Me permito notar que la costa gallega tiene un perfil fractal que es un concepto matemático muy complejo. Nuestra costa tiene una dimensión entre 1 y 2; según algunas estimaciones sobre 1,32.

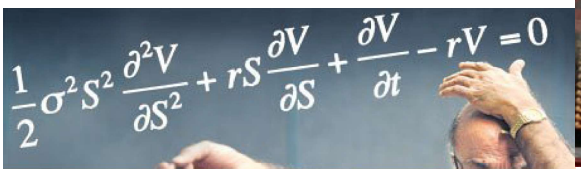




- Aplicaciones de la supercomputación en, por ejemplo, la resolución de ecuaciones diferenciales indicadas en el discurso del Prof. Ramón Doallo, así como al papel fundamental en la criptografía y seguridad informática.

$$-\Delta u + u + K(x)\phi(x)u = a(x)f(u)$$
$$-\Delta\phi = K(x)u^2,$$

- Productos financieros muy sofisticados, como bien señalaba el Prof. Luis Caramés en su discurso, productos complejos, que dieron lugar, entre otros muchos factores, a la crisis económica de 2008. Esos productos fueron creados, en muchos casos, por matemáticos.



Volviendo a los aspectos personales de mi carrera científica, recordaré que me licencié en Matemáticas en el año 1980 en la USC para pasar a ser brevemente Profesor Ayudante en el curso 1980-1981 y a continuación disfrutar de una beca de FPI. En el año 1981 me trasladé a Estados Unidos a la Universidad de Texas gracias a las gestiones del Prof. Gerardo Rodríguez.

UNIVERSITY OF TEXAS ARLINGTON

Allí y ya en el año 1982 conseguí una beca Fulbright y fui contratado como profesor ayudante. Ni que decir tiene que el papeleo y la burocracia fueron infinitamente más sencillos. Esta beca ha sido crucial en mi carrera profesional. Como antiguo becario del programa, he tenido el privilegio de asistir o participar en distintos eventos y actividades.

Por ejemplo, recientemente se celebró el 50 aniversario del acuerdo Fulbrighde cooperación científica entre España y los Estados Unidos de América donde nos dirigió unas palabras la actual candidata a la presidencia de Estados Unidos.

FULBRIGHT España

Volviendo a mi estancia en la UTA, allí bajo la dirección del Prof. V. Lak, líder mundial en aquel entonces del llamado *Análisis No Lineal* que trata sobre los fundamentos matemáticos de los sistemas complejos que es el objeto de este discurso, continué mi labor investigadora sobre distintos tipos de ecuaciones diferenciales.

V. Lak

Históricamente los científicos se percataron de que hay fenómenos complejos para los que es difícil predecir su evolución futura, incluso a corto plazo de tiempo. En principio uno podría pensar en procesos aleatorios (como por ejemplo, tirar un dado y ver el resultado) para los que solo se podía dar una probabilidad. Sin embargo, eran procesos completamente deterministas según, por ejemplo, las famosas leyes del movimiento de Newton.

Eran procesos con una dinámica muy compleja e imposible de predecir (naturalmente, con los conocimientos y técnicas dela época). Un ejemplo típico

es el tiempo atmosférico que se rige por las leyes de la física, pero todos sabemos que es un poco estéril hacer predicciones a largo plazo a pesar del poder de cálculo actual.

Como acabo de indicar, ya desde principios del siglo pasado muchos científicos sabían, o al menos intuían, que muchos procesos de la naturaleza tenían comportamientos, insisto, muy complejo y que se comportaban aparentemente de manera caótica.

Así se acuñó el término caos, comportamiento caótico o la teoría del caos. Todos estos sistemas tenían algo en común: no eran lineales ya que en un proceso lineal causas proporcionales producen efectos proporcionales y su comportamiento es muy sencillo. Gráficamente se representan por una línea recta. Por tanto todas las ecuaciones que modelaban esos fenómenos aparentemente caóticos no podían ser lineales.

De ahí que muchas veces la complejidad, el caos y la no linealidad se utilicen como el mismo campo científico de manera intercambiable, aunque tengan sustanciales diferencias que no vamos a tratar ahora.

Me gustaría poner un ejemplo muy sencillo: El péndulo que tiene un movimiento regular, se puede estudiar de manera muy sencilla y todos sabemos cómo es su movimiento.

Si unimos dos péndulos, uno a continuación de otro, lo cual es muy sencillo de hacer, su movimiento también está perfectamente determinado, pero ya no es tan simple.De hecho tiene un comportamiento muy complejo que parece aleatorio, pero no lo es. Responde a una ecuación diferencial no lineal determinista pero con una gran sensibilidad a las condiciones iniciales siendo por tanto caótico.

Hace pocos días leí una noticia en un periódico nacional donde el titular de la sección de Televisión indicaba:

Más de dos millones de personas ven cada día al menos un minuto de programación no lineal.

Como decía, el Prof. V. Lak era el director del departamento de matemáticas de la UTA y había fundado en el año 1976 una revista científica denominada NONLINEAR ANALYSIS: THEORY METHODS & APPLICATIONS.Para ello convenció al magnate Sir Robert Maxwell que era dueño, entre otras muchas empresas, de la Editorial, PergamonPress (ahora absorbida por Elsevier).

En esa época, 1980, se inició la publicación de una sección de la revista PHYSICA que fue PHYSICA D: NONLINEAR DYNAMICS dedicada a los fenómenos no lineales, es decir a sistemas de comportamiento complejo.

Posteriormente, en 1988, apareció otra revista sobre la misma temática: NONLINEARITY.

En 1983 presenté mi Tesis Doctoral, continuando mi labor investigadora en la temática señalada con distintas actividades docentes, investigadoras y también de gestión.

Con el tiempo pasé a ser miembro del Comité Editorial de la revista ANLy en el año 2010 nombrado y contratado como Editor-Jefe de la misma cuando ya era propiedad de Elsevier. Tengo que recordar que el Prof. Lak falleció en Junio del año 2012.Lak que para mí fue mi profesor, mi maestro en muchos campos vitales y también mi amigo.

V. Lak G. Rodríguez

Durante estos años y con el germen del Prof. Gerardo Rodríguez fuimos capaces de formar un grupo de investigación sobre **Ecuaciones Diferenciales No Lineales**dinámica compleja y sus distintas aplicaciones

y que ha ido evolucionando a lo largo de los años hasta la actualidad que cuenta con 14 miembros (3 de ellos en formación y 3 contratados).

En el campo de la gestión, tuve el privilegio de organizar o participar en la organización de distintos eventos científicos:

En el año 2006 en la organización de la Asamblea Mundial de la Unión Matemática Internacional que se celebró en Santiago de Compostela.

15th General Assembly
Santiago de Compostela - Spain

IMU 2006
International Mathematical Union

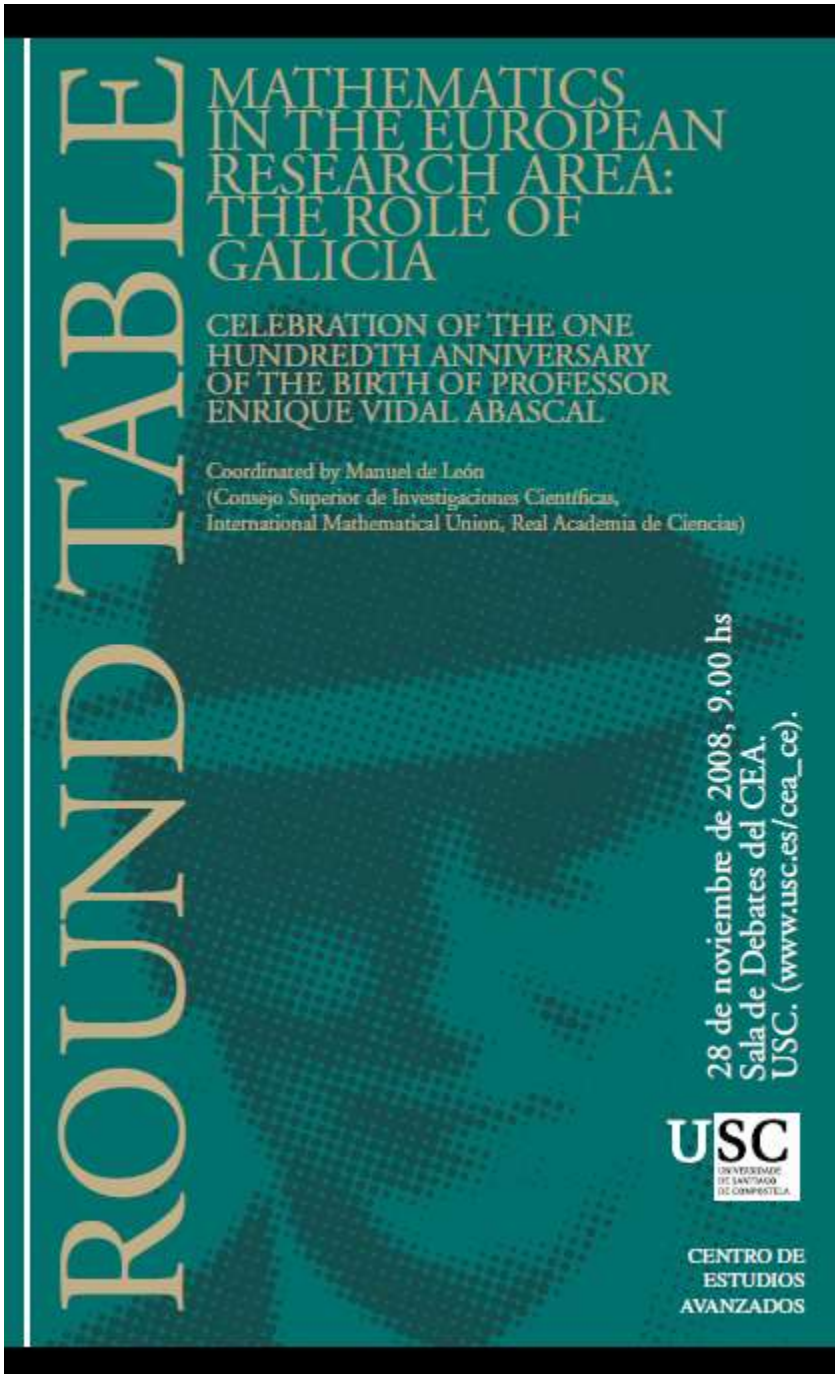
August 19–20, 2006 - Santiago de Compostela
www.usc.es/imu2006

En el año 2008 presidí el Comité Organizador de un congreso internacional celebrado en esta ciudad.

Conference on Boundary Value Problems
Mathematical Models in Engineering, Biology and Medicine
Santiago de Compostela, Spain
September 16-19, 2008
BVP 2008
Plenary Lectures
Ravi P. Agarwal
Pavel Drábek
Jaume Llibre
Jean Mawhin
Organizing Committee
Juan J. Nieto (Chairman),
Ignacio Bajo, Alberto Cabada,
J. Ángel Cid, Juan B. Ferreiro,
Daniel Franco, Eduardo Liz,
Victoria Otero, Rodrigo L. Pouso,
Gerardo Rodríguez, Rosana Rodríguez.
http://www.usc.es/congresos/bvp2008

R. Agarwal

También en el año en el año 2008 participé en la organización y como ponente en unas jornadas científicas y de política científica con motivo del centenario del nacimiento del Profesor Enrique Vidal Abascal, que fue en su día uno de los seis promotores de esta Real Academia.



A dichas jornadas asistieron, entre otros, el que era Presidente de la *EuropeanMathematicalSociety*, Prof. Ari Laptev.

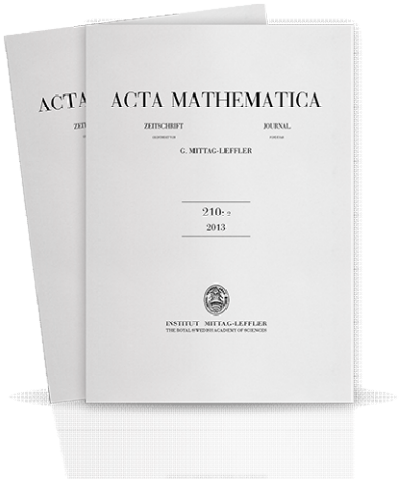
A. Laptev J.M. Barja M. de León

Actualmente el Prof. Laptev es el director del Instituto de Matemáticas Mittag-Leffler.

Mittag-Leffler era un afamado matemático sueco y dirán ustedes, ¿quién será ese matemático con ese nombre tan peculiar?

Pues permítanme, que brevemente, diga unas palabras sobre este matemático crucial para toda la comunidad matemática.

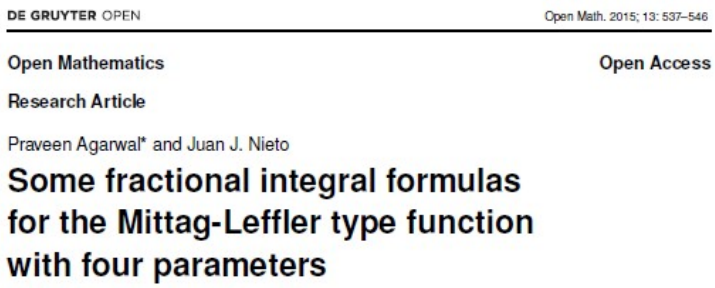
Magnus GustafMittag-Leffler (16 de marzo de 1846-7 de julio de 1927) fue un matemático sueco miembro de laReal Academia de las Ciencias de Suecia desde 1883.



Fundó la revista *Acta Mathematica* en 1882, subvencionada parcialmente por su adinerada esposa Signe Lindfors. La casa donde vivía la donó a la Academia y ahora es la sede del Instituto que lleva su nombre, que empezó a funcionar de manera efectiva en 1969. Es, según la información oficial, el Instituto de Matemáticas más antiguo del mundo. Por cierto, el Instituto de Matemáticas de la USC,del que fui director, es el instituto universitario de matemáticas más antiguo de

España.Aprovecho para recalcar que es un activo inmaterial que debemos preservar y potenciar.

Las contribuciones de Mittag-Leffler son de gran importancia, pero no es eso solo por lo que quería hablar de él.


DE GRUYTER OPEN Open Math. 2015; 13: 537–546

Open Mathematics Open Access

Research Article

Praveen Agarwal* and Juan J. Nieto

Some fractional integral formulas for the Mittag-Leffler type function with four parameters

Una leyenda (no está clara, pero algo hay) cuenta que Alfred Nobel (1883-1896) no quiso crear el premio que lleva su nombre en la categoría de *Matemáticas*porque existía cierta rivalidad entre ellos, Nobel y Mittag-Leffler; incluso que compartían o rivalizaban por el amor de una bella mujer italiana. Quizás la razón real fuese que Nobel las consideraba, a las matemáticas, demasiado teóricas.

Con el tiempo la falta de Premio Nobel en Matemáticas se ha subsanado al menos parcialmente con las medallas Fields o el Premio Abel.

El último Premio Abel del año 2015 fue concedido a John Nash, matemático y Premio Nobel de Economía, y al matemático Louis Nirenberg.

J. Nash

En 2007 tuve el privilegio de que el Prof. Nash aceptara nuestra invitación para visitar Santiago de Compostela dentro del programa ConCiencia. Lamentablemente, como todos ustedes sabrán, John Nash y su esposa fallecieron en un trágico accidente en un taxi el año pasado.

Algunos fenómenos no sólo son complejos, y por tanto no lineales, sino que pueden tener cambios bruscos en su estado (acelerones, caídas, vacunaciones masivas, medidas de choque, inyección de una droga que hace que suba rápidamente la concentración de cierto parámetro, etc…).

A fin de estudiar rigurosamente esos procesos surgenlas ecuaciones diferenciales y los sistemas dinámicos con impulsos. Dichos impulsos pueden ser en intervalos fijos o variables. Piénsese por ejemplo en el nivel de azúcar en la sangre; se puede controlar administrando una inyección periódicamente (tiempos predeterminados) o dependiendo

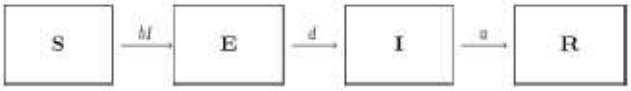
del nivel crítico alcanzado (el tiempo de la administración depende de la propia evolución), siendo este último caso mucho más difícil de tratar. También podemos pensar en bruscas variaciones en el volumen de intercambios bursátiles.

La formulación matemática de las ecuaciones diferenciales con impulsos se inició en la escuela rusa a mediados del siglo pasado. La formulación variacional para ecuaciones diferenciales con impulsos la desarrollamos en colaboración con el matemático irlandés DonalO'Regan. Para ello utilizamos una idea que generaliza el principio físico de mínima acción que esencialmente dice que *"La naturaleza es vaga y siempre elige el camino o la forma en la que se gasta menos energía"*.

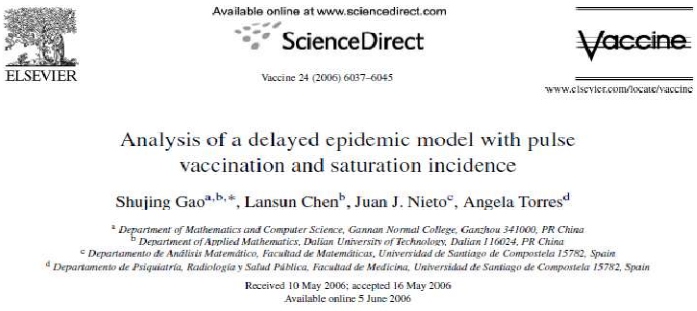
Demostramos que dicho principio se puede aplicar también a procesos que tengan saltos o movimientos bruscos y que puede aplicarse por tanto a situaciones de crisis o a catástrofes. Dicho trabajo fue elegido en Mayo del año 2010 por Thompson Reuters como el trabajo con mayor influencia e impacto en Matemáticas. La principal idea del trabajo surgió durante una conversación con el Profesor Peter Lax, Premio Abel en 2005 y que visitó Santiago de Compostela en 2007 dentro del programa ConCiencia, y tratar de aplicar sus famosas teorías a nuevas situaciones.

P. Lax

Algunas de estas ideas ya habían sido utilizadas en un estudio de un modelo de vacunación por pulsos en el año 2006.



Encontramos, en colaboración con científicos chinos y médicos gallegos, que ciertas estrategias de vacunación con impulsos pueden ser más adecuadas.



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com
ScienceDirect
Vaccine 24 (2006) 6037–6045

Vaccine
www.elsevier.com/locate/vaccine

Analysis of a delayed epidemic model with pulse vaccination and saturation incidence

Shujing Gao[a,b,*], Lansun Chen[b], Juan J. Nieto[c], Angela Torres[d]

[a] Department of Mathematics and Computer Science, Gannan Normal College, Ganzhou 341000, PR China
[b] Department of Applied Mathematics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, PR China
[c] Departamento de Análisis Matemático, Facultad de Matemáticas, Universidad de Santiago de Compostela 15782, Spain
[d] Departamento de Psiquiatría, Radiología y Salud Pública, Facultad de Medicina, Universidad de Santiago de Compostela 15782, Spain

Received 10 May 2006; accepted 16 May 2006
Available online 5 June 2006

Pero quizás el trabajo más importante desde el punto de vista científicohaya sido el realizado con la Profesora Rosana Rodríguez y que consistió en la generalización a nuevas situaciones del clásico teorema de la aplicación contractiva de Banach. Este resultado es de importancia fundamental en muchas áreas de las matemáticas y de la computación, como en la prueba de la existencia de solución para una ecuación diferencial, pero también en muchas aplicaciones tecnológicas.

Esta generalización, del año 2005 ha dado lugar a aplicaciones muy diversas y novedosas y a casi un millar de citas o aplicaciones.

Antes citaba un principio físico (el de mínima acción). La física ha sido durante los siglos pasados el motor y la inspiración de muchas cuestiones matemáticas. Creo que ahora la inspiración y la fuente de nuevos problemas matemáticos está en las ciencias de la vida: biología y medicina.

Hay un campo surgido a finales del siglo pasado al que creo que las matemáticas también pueden aportar su conocimiento: la bioinformática. Es un campo muy amplio y de difícil definición, pero podemos quedarnos con lo obvio: es la suma de la parte bio-lógica y de la informática.

Como esto ya se está alargando y no quiero aburrirles con demasiadas matemáticas, voy a introducir un pequeño divertimento:

Tenemos un tablero de ajedrez y un Rey en la esquina inferior izquierda. Se trata de mover, sin volver atrás, dicha figura hasta la esquina superior derecha del tablero 8x8. ¿Cuántos caminos o maneras posibles hay?

Este es un problema sencillo, pero un matemático o un informático se preguntaría lo siguiente: Si en vez de un tablero 8x8 tenemos un tablero 9x9 o un millón por un millón de casillas, ¿cuál sería la fórmula (pregunta del matemático) o el algoritmo de recurrencia (pregunta del informático?

Esto ya no es tan sencillo, pero es conocido.

Ahora volveré a esta cuestión, pero vamos a pasar a un problema bioinformático:

Dadas dos secuencias genéticas, ¿cómo las podemos comparar?, o como dicen los especialistas en el tema, ¿cómo las podemos alinear para comparar ambas secuencias y saber, por ejemplo, si tienen algún origen común?

Esta cuestión, muy importante desde el punto de vista biológico, ya no es tal fácil porque las dos secuencias puede que no tengan la misma longitud. El número de alineamientos posibles crece de manera enorme (exponencialmente en el lenguaje matemático) y dar un algoritmo para determinar el alineamiento óptimo es un

problema muy complejo (NP desde el punto de vista computacional).

Esta cuestión la resolvimos en colaboración con el Profesor Alberto Cabada en el año 2008.

Pues bien, resulta que el número de posibles caminos del ajedrezal que aludía antes coincide con el número de alineamientos posibles de las secuencias genéticas. Pero no sólo eso, sin que coinciden con el valor del polinomio de Legendre evaluado en cierto punto.

Vemos así que un juego, un problema biológico y objeto matemático bastante sofisticado conducen a lo mismo, pero desde puntos de vistas totalmente distintos.

Creo que esto ilustra muy bien la famosa máxima de Descartes:

Las ciencias están todas enlazadas entre sí:
es mucho más fácil aprender todas juntas a la vez queseparar unas de las otras.

Recientemente hemos continuado con el estudio de distintos tipos de alineamientos y parece que aporta cierta luz para poder implementar algunos algoritmos para la comparación de secuencias genéticas.

La cuestión del alineamiento de varias secuencias genéticas, alineamientos múltiples, es lo realmente interesante y que esperamos poder resolver en un futuro próximo.

Desde hace muchos años siempre he sentido un gran interés por las aplicaciones de las matemáticas en las ciencias biomédicas.
Así en el año 2014 y en colaboración con investigadores polacos, que incluían oftalmólogos, y colegas de la Universidad Complutense de Madrid estudiamos la forma de la córnea humana utilizando un modelo basado en ecuaciones diferenciales.

Ya más recientemente y con motivo del tristemente famoso brote de la epidemia del ébola desarrollamos un modelo para estudiar la evolución de la misma. Nuestras predicciones señalaban la desaparición de la epidemia a finales del año pasado, como más o menos ocurrió. Tengo que resaltar que el trabajo fue publicado a mediados del 2015. Otra muestra más de la potencia y utilidad de las matemáticas.

Ahora mismo estamos desarrollando un modelo para la epidemia del Zika.

Siempre me gusta recordar que el Premio Nobel de Medicina en 1902, Sir Ronald Ross

descubrió que la malaria se transmitía por la picadura de los mosquitos gracias un modelo matemático muy sencillo que él mismo desarrolló.

SOME *A PRIORI* PATHOMETRIC EQUATIONS.

BY

SIR RONALD ROSS, K.C.B., F.R.S.

IN the second edition of my book on the *Prevention of Malaria* (Murray, 1911) I published a considerable amount of work (which had occupied me for a long time) on what may be called pathometry—that is, the mathematical study of epidemiology. In these studies I followed the *a priori* method: in other words, I *assumed* a knowledge of the fundamental laws governing the time-to-time variations of disease in a population of living creatures; formed the corresponding difference- and differential-equations; and then sought by solving these to ascertain the more remote laws which should govern the variations if my assumptions were correct. My work was concerned chiefly with insect-borne diseases; but on page 678 I gave brief, but not quite complete, integrated equations on the general theme, these equations being obtained on the supposition that the total population remains constant during the considered period of time. A year ago, however, I was able to remove this restriction by integrating the original differential equations even when the population varies, and I have now found a simplification which enables us to state the equations in forms which are easy to analyse and which will be readily understood by any one who has some knowledge of the calculus. Thus put, they give us an elegant (though tentative) mathematical theory both of epidemic and endemic communicable diseases.

The theory is of course based upon certain probable assumptions; but its utility lies in this very point, because it enables us to test these assumptions by comparing the resulting curves with those derived from observation or statistics—a verification which cannot otherwise be obtained. My full paper on the subject is more suitable for mathematical than for medical publications; but you may possibly consent to publish the following very brief statement for the information of some epidemiologists who, I believe, will be interested in it. I will first give the identities and equations and will then add a short explanation.

1. $v = n - m + i - e$
2. $V = N - M + I - E$
3. $K = c - (v - V)$
4. $L = I - (N + r)/K$
5. $\frac{dx}{dt} = Kx(L - x)$
6. $\frac{dP}{dt} = vP - (v - V)Px$
7. $x = x_o \frac{L}{x_o + (L - x_o)\epsilon^{-KLt}}$
8. $P = P_o \epsilon^{vt} \left(\frac{x}{x_o} \epsilon^{-KLt}\right)^{\frac{v-V}{K}}$
9. $KLt = log_\epsilon \frac{L - x_o}{x_o} - log_\epsilon \frac{L - x}{x}$
10. $f = cx(I - x)$
11. $\frac{df}{dt} = cKx(L - x)(I - 2x)$
12. $\frac{d^2f}{dt^2} = cK^2x(L - x)\{L - 2(2L + I)x + 6x^2\}$

that is, lose infectivity and also acquired immunity. The symbol x denotes the proportion of the total population P who are affected by the disease and living at the end of the time t, and x_o is this proportion at the beginning of the inquiry when $t = o$. The symbol f denotes the current proportion of new cases to total population at the time t, and, when multiplied by P, gives the current number of new cases—that is, the curve generally shown in statistics of epidemics.

I call the important constant c the *infection rate;* and these equations are based on the assumption that each affected individual infects or reinfects c other individuals in unit of time, and that c is a constant. But some of the individuals to whom he thus gives the infection may be affected already, and we must allow for this. The actual number of affected individuals at the time t will be xP; and by supposition these will infect or reinfect cxP individuals; but of these only the ones which are not affected at the time t will be *new* cases. The actual number of new cases, F, will then be given by the proportion,

$$F : cxP :: (P - xP) : P$$

that is $F = cxP(I - x)$. But $f = F/P$; therefore finally we get the equation (10). This equation may, however, be also deduced from the fundamental differential equations (5) and (6) described in my book. The magnitude of c, as of the other constants, will, of course, depend on the unit of time taken. It is always positive, but must not be so small as to render KL negative.

The Curve of Affected Individuals, x, is an S-shaped curve beginning at x_o when $t = o$, and approximating to a limit L when t is large. Its tangential, $\frac{dx}{dt}$, is a symmetrical bell-shaped curve with a maximum which $= \frac{1}{4}KL^2$ when $x = \frac{1}{2}L$ and $KLt = log_\epsilon \frac{L - x_o}{x_o}$. The Curve of New Cases, f, is especially important as it should agree when multiplied by P with observed curves if our assumptions are sound. It begins at a small value when x_o is small and $t = o$, and then rises more or less rapidly, reaching its maximum, $\frac{1}{4}c$, when $x = \frac{1}{2}$ and then falling again and approximating to a limit which $= cL(I - L)$ when t is large. In this case (Type I) it has an irregular bell shape, but one which tails away more gradually than it rises. But if L is not greater than $\frac{1}{2}$, x never exceeds the value $\frac{1}{2}$ and consequently f loses this bell shape and becomes an S-shaped curve (Type II) which constantly rises towards the limit $cL(I - L)$. The former would appear to be the curve of true epidemic outbreaks, and the latter of slowly increasing endemic maladies. In both cases the value of f when t is large expresses and explains the endemic persistence of the disease in a locality.

The curve f is also much modified if (as usual) the reversion factor r does not come into play until months or years after infection, in which case f will at first approximate very closely to the curve $\frac{dx}{dt}$ and then tail off more slowly. Moreover, the infection rate, c, may be changed by local conditions, as for instance those of climate and season, which may favour or disfavour the transference of infection from individual to individual. It is impossible to examine these and other consequences of the equations except at considerable length; but I should add that the functions are usually easy to manage in finite terms, and seem to me, judging from general knowledge both of epidemic and endemic diseases, to be likely to agree with the facts.

Volvamos al modelo del ébola.

Dicho modelo es un sistema dinámico que nos da la variación de las distintas variables. Dicha variación se traduce en el concepto de derivada.

En la famosa segunda ley de Newton, fuerza igual a masa por aceleración. Como es bien sabido, la aceleración es la variación de la velocidad con respecto al tiempo; dicha velocidad es a su vez la variación del espacio recorrido con respecto al tiempo. Esa variación se representa matemáticamente, como sabemos desde los tiempos de Newton y Leibniz, creadores del cálculo diferencial, por medio de la derivada. Por tanto, la aceleración es la derivada, con respecto al tiempo, de la velocidad que a su vez es la derivada del espacio, por lo que la aceleración es la derivada segunda del espacio con respecto al tiempo.

Como siempre en matemáticas uno puede plantearse que si derivamos una vez o dos, ¿qué pasaría si derivamos, por ejemplo, media vez? Esta parece una pregunta absurda, pero de hecho ya se lo planteó el propio Leibniz en una carta a L'Hopital en 1695: ¿qué pasará si derivamos media vez?

La verdad es que la cuestión quedó un poco en el aire hasta el siglo pasado. Me gustaría poner un ejemplo tan cotidiano e incluso más sencillo que el péndulo.

Sabemos que el camino más corto para ir de un punto a otro es la línea recta.

Pero ¿cuál será el camino más rápido para descender de un punto más alto a otro más bajo?

Parece que la línea recta también, pero no es así.

Este problema, que llevaba varios años sin que se pudiera dar una solución razonable, lo resolvió Newton en un par

de horas: La solución es la curva Braquistócronay es un arco de cicloide. Resulta que el tiempo de descenso es la integral, no una vez, sino media vez de la curva. Por cierto esta curva aparece descrita en la clásica novela Moby Dick.

Sorprendentemente esta curva tiene otra propiedad: es una tautócrona, es decir el tiempo de descenso es el mismo desde cualquier altura, lo cual parece increíble. Fue resuelto por Abel, el famoso matemático noruego de siglo XIX muerto prematuramente a los 26 años y que da nombre a los Premios que llevan su nombre y a los que aludí anteriormente. Esencialmente su solución es calcular la derivada media vez de la curva. Sorprendente.

Resulta que el cálculo fraccionario, es decir el cálculo usando derivadas de cualquier orden, no necesariamente entero es de gran utilidad y actualidad. Tiene la ventaja de que, a diferencia de las derivadas clásicas que dependen de propiedades locales, las derivadas fraccionarias incorporan toda la historia del proceso. Ello ha hecho que sean muy útiles en procesos dinámicos como la difusión anómala y parece un método prometedor en el tratamiento de imágenes médicas.

Para ir completando, y terminando, algunos de los temas tratados, hay otro de naturaleza totalmente diferente, pero importante.

¿Cómo tratar con la imprecisión?

Me refiero no a la aleatoriedad sino a la subjetividad. Si le preguntasen después como valoraría el discurso, la respuesta sería vaga y podría ir desde un muy bien hasta insoportable, pero nadie diría 7,98 y las repuestas de algunos académicos o expertos no serían del mismo tipo que la de los profanos.

Para aprehender matemáticamente esa vaguedad y subjetividad, nació el concepto de conjunto impreciso o borroso (fuzzy set en la terminología inglesa).

También hemos dedicado nuestra atención a las ecuaciones diferenciales ylos sistemas dinámicos imprecisos con resultados que van desde los mismos fundamentos matemáticos hasta aplicaciones a la bioinformática y medicina.

Volviendo a los sistemas dinámicos, voy a poner otra cita de la novela que señalé antes, cuando la protagonista accede de forma no muy legal a un superordenador:

Abrió un programa en el que llevaba un tiempo tratando de construir un ***sistema dinámico*** *para dar con las curvas elípticas que mejor pudieran lograr la tarea.*

La importancia de saber resolver ecuaciones diferenciales la señaló recientemente el periodista Carlos Elías,

catedrático de periodismo de la Universidad Carlos III de Madrid y actualmente en la Universidad de Harvard:

Si los niños chinos o coreanos saben resolver ecuaciones diferenciales con 16 años y los nuestros ni siquiera saben derivar, nuestro futuro es muy negro: porque ambos compiten por hacer lo mismo. De ellos serán las patentes. Nosotros seremos sus siervos.

Pero esto ya lo sabían los clásicos.

Como dijo el Académico Ignacio Ribas Marqués, a quien está dedicado el día de Ciencia de este año 2016, en su discurso inaugural del curso 1930-31:

Los países que no tienen ciencia son pobres, viven una vida moral y material mediocre. En lo moral son esclavos de los prejuicios que engendra la ignorancia. En lo material viven sometidos a los poderosos.

He hablado un poco de mi historia vital, del presente, pero

¿Cuál es la situación actual de la ciencia, en general, y de las matemáticas en particular en nuestro país?

La respuesta obvia es: Depende. Pero voy a dar, brevemente, algunos datos,

España por PIB (Producto Interior Bruto) está entre los puestos 13-14 dependiendo de la fuente y cerca de Corea del Sur, Australia o Méjico.

En Ciencia en el puesto 11 justo a continuación de Holanda y por encima de Suiza y Corea del Sur. En Matemáticas en el puesto 8 incluso por delante de potencias económicas y científicas como Japón.

En Galicia resulta difícil, al menos para mí, dar datos globales pero todos sabemos que en Matemáticas en Galicia somos una potencia. Solamente una pincelada: La única científica gallega entre **los investigadores altamente citados** es matemática, la Profesora Rosana Rodríguez.

¿Cuál será el futuro de las ciencias y en particular de las matemáticas?

Es claro que tratarán de temas como

La Bioinformática

La Biotecnología

El Tratamiento de Grandes Datos (Big Data, que es algo que se oye mucho actualmente)

Las Matemáticas de las Ciencias de la Vida

La Criptografía y la Seguridad

La Computación Cuántica

La Computación Biológica

Y otros muchos temas que probablemente ni podemos pensar ni imaginar.

¿Cómo serán las matemáticas dentro de 100 ó de 400 años?

No quiero terminar sin mencionar la belleza de las matemáticas, o al menos, de algunos de sus resultados. Siempre hay algo interesante, bello y quizás hasta inútil, pero que a la postre puede ser de utilidad.

Nunca hay que perder la capacidad de descubrir algo bello o nuevo y de sorprenderse. En ese sentido, y en otros, me declaro un poco niño, como Balbino en *Memorias dunnenolabrego* del tristemente desaparecido Xosé Neira Vilas:

Para min é milagre todo. Dende as pingueiras de chuvia ata o canto do grilo.

He mencionado a lo largo de este discurso muchas personas y agradecimientos. No quiero hacer un inventario ni olvidarme de nadie, así que recordaré la definición de Rodrigo Cortés, una de las mentes más preclaras de este país, de

Agradecimiento: Inventario de nombres con los que se reconoce un premio (o distinción), ampliado al día siguiente por la agonía de los omitidos.

Si me he olvidado de mencionar a alguien ha sido por falta de tiempo o simplemente por torpeza y que nadie se sienta excluido ni olvidado.

Y puedo asegurar, querido Presidente, que la Academia puede contar conmigo para hacer más Ciencia desde Galicia.

Muchas gracias.