

# DÍA DO CIENTÍFICO GALEGO 2008

## ENRIQUE VIDAL ABASCAL

MATEMÁTICO, HUMANISTA E PINTOR

UNIDADE DIDÁCTICA

Mestre de Xeómetras

Autor: Gonzalo Temperán Becerra  
I.E.S. Monelos - A Coruña

# O Día do Científico Galego

O coñecemento científico e a tecnoloxía convertéronse nun factor determinante na cultura e no potencial económico do noso tempo, dado que constitúen unha clave fundamental para entender o mundo que nos rodea e son a base sobre a que se ten que edificar un novo modelo sustentable de sistema produtivo. Neste sentido, pódese dicir que coñecemento científico e tecnoloxía son hoxe elementos indispensables para o desenvolvemento socioeconómico e cultural dun país moderno.

Con todo, para que todo isto se converta nunha realidade efectiva é necesario que a sociedade se familiarice coa Ciencia e se convenza da súa vital importancia. Co obxecto de contribuír a esta importante tarefa, a Real Academia Galega de Ciencias (RAGC) promove a celebración do Día do Científico Galego. Mediante esta iniciativa, ano a ano dende o 2008 recoñécese o esforzo daqueles que, de modo continuado, contribuíron ao desenvolvemento e á promoción da Ciencia en Galicia. Deste xeito, cada ano un científico galego relevante convértese nun referente da Ciencia para a sociedade galega, á vez que se presenta como un exemplo para os futuros investigadores.

O Día do Científico Galego, que en realidade pretende ser unha conmemoración que se estenda a todo o ano, está a gozar de moi boa acollida, pero somos moi conscientes de que a súa repercusión será moi limitada se non se logra que transcenda aos cidadáns e sobre todo aos máis novos. A Fundación Barrié entendeu ben a mensaxe e de maneira moi responsable asumiu o compromiso de divulgar as figuras e as contribucións dos científicos galegos homenaxeados cada ano pola RAGC facéndollelas chegar aos máis novos en forma destas unidades didácticas. A Real Academia Galega de Ciencias quere expresarlle o seu máis sincero agradecemento á Fundación polo seu inestimable apoio e polo servizo que con iso lle presta á sociedade galega.

Miguel Ángel Ríos

Vicepresidente da  
Real Academia Galega de Ciencias



EducaBarrié é a canle de comunicación entre a Fundación Barrié e a comunidade educativa, un espazo de encontro e intercambio, un laboratorio en rede de experiencias innovadoras que aglutina toda a oferta educativa da Fundación no marco das súas áreas de actuación: Patrimonio e Cultura, Educación e Investigación, Servizos Sociais e Economía co fin de poñer en valor o talento compartido.

Agora todos os recursos educativos da Fundación están ao alcance de profesores, alumnos e pais para formar parte das súas actividades nas aulas ou no ámbito familiar en [www.educabarrie.org](http://www.educabarrie.org).

A Fundación Barrié e a Real Academia Galega de Ciencias queren agradecerlle ao autor o seu esforzo e a súa dedicación para a elaboración desta unidade didáctica, que non ten outro fin que darlle a coñecer á comunidade escolar a valiosa contribución da figura de D. Enrique Vidal Abascal á investigación e á Ciencia de Galicia.

# ENRIQUE VIDAL ABASCAL

## MATEMÁTICO, HUMANISTA E PINTOR

### UNIDADE DIDÁCTICA Mestre de Xeómetras

Autor: Gonzalo Temperán Becerra  
I.E.S. Monelos - A Coruña



D. Enrique Vidal Abascal,  
autorretrato de 1976.

#### PRESENTACIÓN DA UNIDADE

A biografía de Vidal Abascal constitúe en si mesma un modelo para o alumnado do século XXI, a quen a sociedade do coñecemento lle esixe, cada vez máis, un alto grao de interdisciplinariedade. Vidal Abascal foi un personaxe que poderíamos catalogar como «renacentista», xa que desenvolveu diferentes facetas durante a súa vida. Matemático recoñecido a nivel internacional, académico da Real Academia Galega e impulsor da Real Academia Galega das Ciencias, pintor e escritor de múltiples publicacións científicas, ensaios e artigos sobre diversos campos do coñecemento (universidade, cultura galega, pintura...). Por todo isto foi merecente de diversas mencións: Premio Alfonso X El Sabio, Premio da Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Officier dans l'Ordre des Palmes Académiques, Medalla Castelao, Premio de Investigación Xunta de Galicia..., entre outros.

Malia que diversas iniciativas de prestixiosas entidades galegas xa deron a coñecer a vida e a obra de Vidal Abascal, a súa figura é bastante descoñecida para o gran público. Así, a Real Academia Galega das Ciencias dedicoulle o primeiro Día do Científico Galego, o 23 de abril do ano 2008, a Vidal Abascal, e a Fundación Barrié publicou, en 1995, o libro *Vidal Abascal, matemático-pintor, universitario-artista*, de José Manuel García Iglesias, onde se recollen as súas publicacións sobre pintura e algúns dos seus textos máis significativos sobre a cultura galega e a Universidade de Santiago de Compostela.

Ademais de dar a coñecer a súa vida, interézanos orientar esta unidade didáctica a divulgar entre os alumnos do último ano de secundaria e bacharelato os coñecementos matemáticos que adquiriu Vidal Abascal. Algúns son demasiado elevados para este nivel educativo, sobre todo os relacionados coa xeometría diferencial, xa que conceptos como curvatura, tanxencia, normalidade, compactidade... non se corresponden co currículo oficial e precisan duns coñecementos previos dos que aínda non dispón o alumnado destas idades. Porén, unidades astronómicas, ángulos de

posición, curvas, superficies ou mesmo algúns conceptos topolóxicos poden estar máis preto da súa comprensión.

Para poder achegarlles aos estudantes a obra de Vidal Abascal, propoñemos unha serie de actividades sobre estes temas que lles axuden a formarse unha idea xeral sobre a obra do ilustre matemático e as súas aplicacións en distintos campos do coñecemento, como a astronomía, e contribúan a desenvolver nos alumnos unha «mirada matemática» para observar a realidade que os rodea. Para potenciar o desenvolvemento da competencia dixital e das TIC, incorporamos o uso da plataforma *Descartes* do MEC na resolución de tarefas.

Para facilitarlle o labor ao profesorado, a unidade incorpora unha listaxe de competencias útiles para a súa integración na programación de aula, un esquema xeral, un test de coñecementos sobre a biografía do autor e unha rúbrica de avaliación das actividades propostas, así como un glosario de termos e bibliografía de referencia.

Por último, animamos os alumnos a realizaren unha tarefa aberta na que terán que demostrar as habilidades e os coñecementos adquiridos durante o desenvolvemento da unidade didáctica.

### Enrique Vidal Abascal, matemático, humanista e pintor



Enrique Vidal Abascal nace o 12 de outubro de 1908 en Oviedo, onde seu pai era delegado de Facenda. Cando el ten dous anos, a familia traslada a súa residencia debido ao nomeamento do seu pai como delegado de Facenda nas cidades da Coruña e de Ourense.

Inicia os seus estudos en Ourense. Cursa a primeira ensinanza nos Irmáns Maristas e realiza o bacharelato en institutos da Coruña (os dous primeiros cursos) e de Santiago.

A súa familia pasa as vacacións de verán en Lalín, nunha casa familiar, o que lle permite estar en contacto co insigne matemático e astrónomo don Ramón María Aller Ulloa, moi amigo do seu pai —a horta da casa estaba ao lado do seu observatorio de Lalín—, quen, sen dúbida, inflúe na súa vocación polas matemáticas e a astronomía e con quen había manter unha intensa e continuada relación profesional e de profunda amizade ata o falecemento de Ramón Aller en 1966.



D. Ramón María Aller Ulloa,  
pintado por Vidal Abascal.  
Museo Municipal Ramón  
María Aller. Lalín.

Comeza os seus estudos universitarios na Facultade de Ciencias de Santiago; cursa os dous primeiros anos da licenciatura, comúns cos de Química (de feito, o segundo curso estúdao en Lalín con Ramón Aller e examínase por libre en Santiago) e despois trasládase a Madrid para continuar os estudos de Ciencias Exactas (naqueles anos só se podía estudar esta carreira en Madrid, Barcelona e Zaragoza).

Con data do 27 de xaneiro de 1931 realiza os exames de grao da licenciatura en Madrid e durante uns meses de 1933 foi profesor auxiliar de Xeometría Analítica na Universidade de Salamanca. En abril dese mesmo ano obtén por oposición unha praza de catedrático de Matemáticas de instituto e é destinado ao Instituto de Sta. Cruz de la Palma (Illas Canarias), onde só permanece uns meses, xa que se incorpora como director ao Instituto de Monforte de Lemos. Entre 1933 e 1942 pasa por diferentes prazas e cargos (A Estrada, 1935-1936; secretario de instituto en Vigo, 1938-1939; director de instituto en Pontevedra, 1939-1940; e Santiago, como catedrático no Instituto Feminino e logo no Instituto Arzobispo Gelmírez), e compaxina a súa cátedra co posto de profesor auxiliar na Facultade de Ciencias, nomeamento renovado durante cursos sucesivos ata 1944.

### A súa conexión coa comarca de Lalín

A relación de Vidal Abascal coa comarca de Lalín trazou o seu camiño na súa formación e no seu futuro. O traballo con Ramón Aller marcou a súa liña de traballo nunha comarca tan prolífica en matemáticos, astrónomos e mesmo pintores.

A liña que une Vila de Cruces (observatorio astronómico) con Lalín (lugar de nacemento e traballo de Aller), pasando por Bermés (lugar de nacemento do matemático José Rodríguez González) é digna de análise.

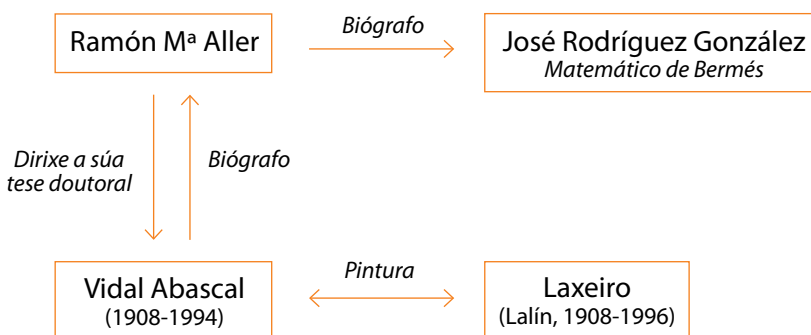


Casa museo de Ramón Aller en Lalín.



Observatorio de Vila de Cruces.

En 1935 conseguiu unha bolsa da *Junta para la Ampliación de Estudios* para facer unha estada no Bureau international d'éducation de Xenebra, do que era director Jean Piaget, e asiste aos cursos impartidos polo propio Piaget e por Édouard Claparède.



### Actividade 1

Estuda os personaxes de Ramón Aller, José Rodríguez González e Laxeiro e relaciónaos coas seguintes entidades: Museo de Lalín e Observatorio de Vila de Cruces. Logo de buscar e analizar os datos, tenta reflectir dun xeito gráfico e mediante un diagrama de fluxo as relacións que atopaches. Podes amosar os resultados nunha diapositiva dun programa de presentación e animámoste a mostrar toda a túa creatividade e sentido artístico na diapositiva.

## VIDAL ABASCAL, MATEMÁTICO

### A1. A súa tese de doutoramento sobre estrelas dobres

En 1944 obtén o título de doutor en Ciencias Exactas pola Universidade Complutense de Madrid; a súa tese doutoral, dirixida por Ramón Aller, foi apadriñada polo profesor Terradas, da Universidade Complutense, e estaba dedicada ao estudo do problema xeométrico do cálculo de estrelas dobres. Froito desta tese é a súa designación, en decembro de 1945, como xefe da sección de Astronomía Teórica e Matemática *Durán Loriga*, do Observatorio de Santiago.

O conxunto das súas investigacións sobre as órbitas elípticas e non elípticas recóllese na obra publicada en 1953, *Cálculo de órbitas de estrelas dobres visuales*, que completou co deseño dun aparato que permite trazar sobre o papel a curva que representan os ángulos de posición en función das distancias nas estrelas dobres, aparato ao que lle chamou «orbígrafo».



#### Que son as estrelas binarias ou dobres?

Unha estrela dobre é un sistema estelar composto de dúas ou máis estrelas que orbitan mutuamente arredor dun centro de masas común.

Por exemplo, a estrela polar é unha estrela dobre: a estrela principal alfa-umi é de magnitude 2,2 e a estrela secundaria, d-umi é de magnitude 9. Mesmo o Sol puido formar parte dun sistema dobre, onde Xúpiter quedou nun planeta xigante que xira ao seu redor.

Á hora de observar un sistema múltiple hai que ter en conta os seguintes parámetros:

- Distancia angular entre as compoñentes, medida en segundos de arco.
- Ángulo de posición, medido dende a posición N.
- Magnitudes das compoñentes.

Para que te familiarices coas distancias astronómicas e coas súas unidades, anúmate a facer a seguinte actividade.

#### Actividade 2

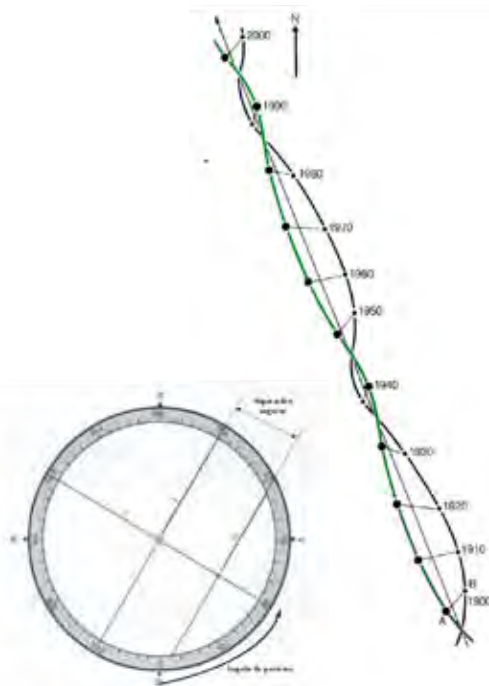
##### Unidades astronómicas de distancia

- **Unidade astronómica (UA)** é igual á *distancia media* que hai entre o Sol e a Terra, é dicir, uns 149 600 000 km.

$$1 \text{ UA} = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km} = 149\,600\,000 \text{ km}$$

- **Ano-luz** é a *distancia que percorre a luz durante un ano*.

- a) Se a velocidade da luz é de 300 000 km/h, cal é o valor en km dun ano-luz?
- b) Cal é o valor dun ano-luz en unidades astronómicas (UA)?
- c) Atrévete a completar a táboa?



#### Seguimento de Sirio e da súa compañeira

Obxecto	Distancia	Distancia, en km e en notación científica
Lúa	384 000 km	
Xúpiter	778 millóns de km	
$\alpha$ -Centauri	6 mil millóns de km	
Estrela polar	680 anos-luz	
Andrómeda	2,2 millóns de anos-luz	

- **Parsec (pc)** é a distancia á que se atopa un obxecto do Sol cando hai un segundo de paralaxe entre o Sol e a Terra, sendo ese corpo o vértice do ángulo e sabendo que entre o Sol e a Terra hai 1 UA.

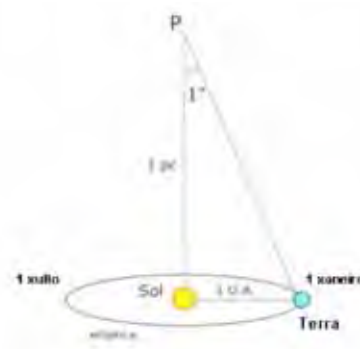
Un parsec tamén ten a súa equivalencia en quilómetros

$1 \text{ pc} = 3,086 \cdot 10^8 \text{ km}$

Agora que sabes o que é un parsec, serás quen de responder a estas preguntas?

d) Cal é o valor dun parsec en anos-luz? E en UA?

e) Completa a seguinte táboa:



Estrela	Paralaxe p (")	Distancia		
		pc (*)	Anos-luz	km

	1	1		
<b>α-Centauri</b>		1,3		
	0,5	2		
<b>Altair</b>	0,2	5		
<b>Sirio</b>	0,37			
<b>Aldebarán</b>		20		
<b>Spica</b>	0,015			

(\*) Comproba que  $p \cdot D = 1$

### Practica con Descartes

1. Fixar coordenadas terrestres, localizar o camiño mais curto entre dous puntos e trasladar distancias do globo ao plano con *Descartes* (4.º ESO).

O globo terráqueo:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Globo\\_terraqueo\\_d3/index.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Globo_terraqueo_d3/index.htm)

Coordenadas xeográficas:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Coordenadas\\_geograficas/coord\\_geograficas.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Coordenadas_geograficas/coord_geograficas.htm)

Proxección estereográfica:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/proyeccion\\_estereografica/index.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/proyeccion_estereografica/index.htm)

2. Traballar en todas as dimensións, realizando conversións entre sistemas de coordenadas.

**Coordenadas esféricas e cilíndricas:** relación entre coordenadas esféricas, cilíndricas e cartesianas.

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Coord\\_esfericas\\_cilindricas/index.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Coord_esfericas_cilindricas/index.htm)

3. Aplicar as leis e ecuacións de Kepler ( 2.º BAC)

Leis de Kepler:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Leyes\\_de\\_kepler/Leyes\\_de\\_kepler.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Leyes_de_kepler/Leyes_de_kepler.htm)

Ecuacións de Kepler.

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Kepler/index.html](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Kepler/index.html)

4. Iniciarse na astronomía:

Prácticas de paralaxe.

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Astronomia/Astronomia.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Astronomia/Astronomia.htm)

Aplicacións da trigonometría ( 4.º ESO).

Orto e ocaso dun astro

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/orto\\_y\\_ocaso/index.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/orto_y_ocaso/index.htm)



**A2. Xeometría clásica e integral (curvas e superficies)**

Os primeiros traballos sobre xeometría de Vidal Abascal datan dos anos 1943-1947, en especial o estudo de curvas paralelas sobre superficies de curvatura constante, que plasmou na súa publicación *Geometría integral sobre las superficies curvas*, que lle valeu a concesión do Premio **Alfonso X El Sabio**, outorgado polo CSIC en 1949.

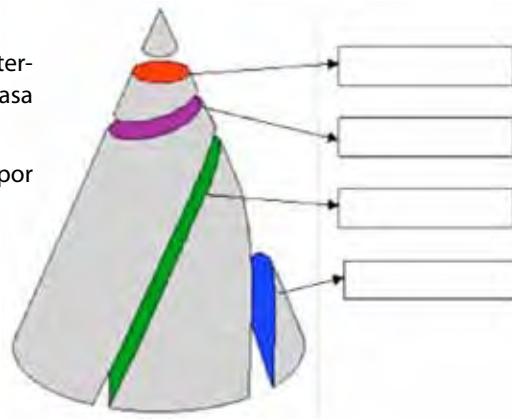
Aínda que o texto se corresponde cun nivel moi alto de coñecemento matemático, convidámoste a iniciarte no mundo da xeometría clásica e integral que estudou Vidal Abascal a partir dunha serie de actividades que estamos seguros de que te han divertir.

**Actividade 3**

**Identifica cónicas**

Chámase **sección cónica** ou simplemente **cónica** á intersección dunha superficie cónica cun plano que non pasa polo seu vértice.

Ponlles nome ás curvas resultantes de cortar un cono por un plano.



**Actividade 4**

**Identifica curvas**

Busca información sobre as curvas: tractriz, elipse, parábola, hélice, espiral, cicloide, hipérbola, clotoide, catenaria. Identifica cada curva cunha fotografía:

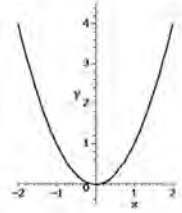
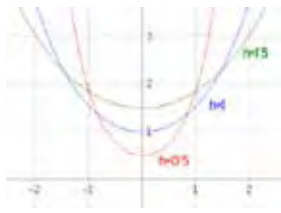


### Actividade 5

#### Diferenza entre parábola e catenaria

A catenaria e a parábola son dúas curvas tan semellantes que son moi difíciles de diferenciar e só os moi expertos son capaces de distinguilas a simple vista (de feito, Galileo chegou a confundilas).

Vexamos algúns elementos diferenciadores:

	Parábola	Catenaria
<b>Definición</b>	Lugar xeométrico dos puntos que equidistan dun punto (foco) e dunha recta (directriz).	Curva que describe unha cadea suspendida dos seus extremos e sometida só ao seu propio peso.
<b>Ecuación</b>	Cuadrática: $y = ax^2 + bx + c$	$y = a (e^{x/a} + e^{-x/a})/2$
<b>Gráfica</b>		 O vértice é máis redondeado
<b>Pesos</b>	Cargas numerosas, iguais e separadas horizontalmente a distancias iguais.	Cargas distribuídas uniformemente ao longo do cable.

Identifica algúns exemplos:

Golden Gate (San Francisco)



Arco de Saint Louis



La Pedrera (Barcelona)



Ponte do Pedrido (A Coruña)

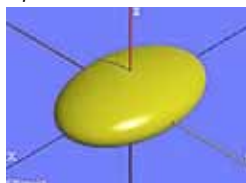


### Actividade 6

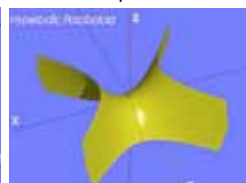
#### Cuádricas

*Cuádricas son as superficies do espazo cuxas seccións planas son cónicas.*

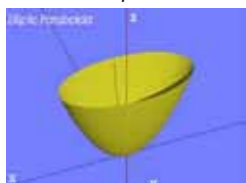
Elipsoide



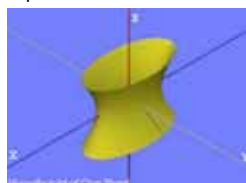
Paraboloide Hiperbólico



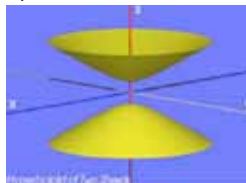
Paraboloide elíptico



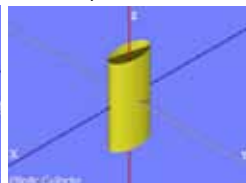
Hiperboloide dunha folla



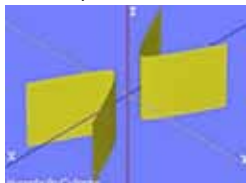
Hiperboloide de dúas follas



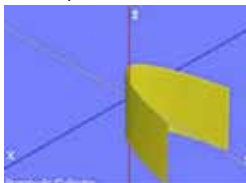
Cilindro elíptico



Cilindro hiperbólico



Cilindro parabólico

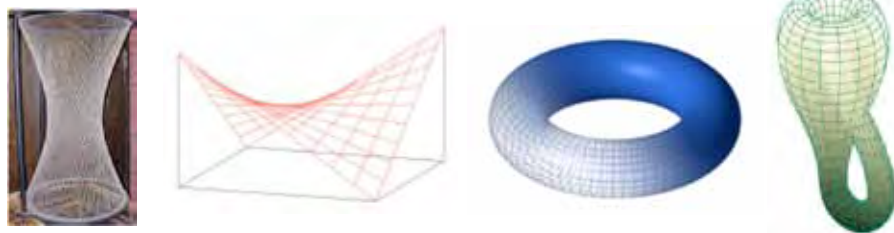


Identifica as cuádricas nestes obxectos ou fotografías:



**Actividade 7:  
Superficies**

As superficies regradas (xeradas por unha recta), como o paraboloide dunha folla ou o paraboloide hiperbólico, por unha banda; a esfera e o toro, por outra; e o toro, a botella de Klein e a banda de Möbius, pola outra, son modelos de superficies que moitas veces se poñen como exemplos na xeometría diferencial.



Busca información sobre as superficies regradas, o toro e a botella de Klein e indica as súas propiedades máis importantes.

**a) Banda de Möbius**

b1. Colle unha tira de papel, pega os extremos e has obter unha banda cerrada con dúas caras (interior e exterior). Para comprobalo, pinta unha liña pola cara exterior.

Que lle ocorre á banda se lle fas un corte ao longo desa liña?



b2. Colle unha nova tira de papel, xira 180° un dos extremos respecto do outro e forma unha banda como se indica na fotografía, pegando os extremos.



A superficie que acabas de obter chámase **banda de Möbius**.

Traza unha liña ao longo dela; cantas caras ten?

Corta a banda ao longo da liña ata volver ao punto de partida. Cal é o resultado?

Volve cortala por segunda vez; cal é o resultado agora?

b3. Constrúe outra banda de Möbius e córtala ao longo, pero facendo o corte polo terzo do seu longo. Logo de ir cortando, ao longo de dúas voltas atoparás que chegas ao punto de partida; cal é o resultado?



b4. Colle unha nova tira de papel, xira 360° un dos extremos respecto do outro e forma unha nova banda. Volve cortala ao longo e explica o que ocorre agora.

b5. A montaña rusa de Port Aventura é unha banda de Möbius? Razona a resposta.



## Practica con Descartes

### 1. Gráficas das funcións polinómicas: funcións polinómicas de grao menor ou igual a 3. (4.º ESO e 1.º BAC)

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Funciones\\_polinomicas\\_d3/inicio.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Funciones_polinomicas_d3/inicio.htm)

Identificación de funcións: parábolas, racionais, logarítmicas, exponenciais, radicais... (4.º ESO e 1.º BAC)

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Identificacion\\_funciones\\_d3/index.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Identificacion_funciones_d3/index.htm)

Familias de funcións (4.º ESO e 1.º BAC)

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Familia\\_de\\_funciones\\_tipos\\_operaciones/index.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Familia_de_funciones_tipos_operaciones/index.htm)

Rectas e parábolas (4.º ESO e 1.º BAC)

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Rectas\\_parabolas/rectas\\_parabolas.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Rectas_parabolas/rectas_parabolas.htm)

Funcións: miscelánea (4.º ESO e 1.º BAC)

<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/aplicaciones.php?bloque=3>

### 2. Cónicas: lugares xeométricos (4.º ESO e 1.º BAC)

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Familia\\_de\\_funciones\\_tipos\\_operaciones/index.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Familia_de_funciones_tipos_operaciones/index.htm)

Propiedades das cónicas (4.º ESO e 1.º BAC)

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Propiedades\\_de\\_las\\_conicas\\_representacion/index.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Propiedades_de_las_conicas_representacion/index.htm)

Construcións xeométricas de cónicas (4.º ESO e 1.º BAC)

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Construccion\\_geometrica\\_conicas/Indice.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Construccion_geometrica_conicas/Indice.htm)

Cónicas. Esferas de Dandelin

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Conicas\\_dandelin\\_d3/index.html](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Conicas_dandelin_d3/index.html)

Seccionando un cono:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/sec\\_cono/index.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/sec_cono/index.htm)

Seccións cónicas:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/SeccionesConicas/00\\_secciones.html](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/SeccionesConicas/00_secciones.html)

Cónicas: miscelánea

<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/aplicaciones.php?bloque=2#16>

### 3. Introducción á curvatura (4.º ESO e 1.º BAC)

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/curvatura/index.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/curvatura/index.htm)

Tanxente e normal a unha curva:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/tanxente/index.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/tanxente/index.htm)

### 4. Curvas e superficies (4.º ESO e 1.º BAC)

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Curvas\\_Superficies\\_d3/index.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Curvas_Superficies_d3/index.htm)

Curvas en coordenadas polares:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Curvas\\_Superficies\\_d3/index.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Curvas_Superficies_d3/index.htm)

Hipérbola regradada:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/hiperbo/hiperbo.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/hiperbo/hiperbo.htm)

Catenarias:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/catenaria/catenaria.html](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/catenaria/catenaria.html)

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/locomotora/locomotoras.html](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/locomotora/locomotoras.html)

Curvas regradas:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/SeccionesConicas/00\\_secciones.html](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/SeccionesConicas/00_secciones.html)

Superficies regradas:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/rectas\\_reglad/regla.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/rectas_reglad/regla.htm)

Fita de Möbius:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Mobius/Mobius.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Mobius/Mobius.htm)

Cicloides:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/cicloides/cicloides.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/cicloides/cicloides.htm)

Curvas planas e non planas:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/CurvasSuperficies/00\\_curvassuper.html](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/CurvasSuperficies/00_curvassuper.html)

Curvas famosas (inglés):

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Java/index.html>

**A3. Xeometría diferencial de variedades**



En 1952, Vidal Abascal consegue unha bolsa do CSIC para ir traballar en Lausanne co profesor George de Rham sobre os fundamentos da xeometría integral, e é convidado a pronunciar unha conferencia na escola politécnica da devandita cidade. En 1955 obtén a cátedra de Xeometría Diferencial da Universidade de Santiago de Compostela, cátedra que ocupará ata o momento da súa xubilación.

Concédeselle o Premio da Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales en dúas ocasións: no ano 1953 pola súa obra *Generalización de los Invariantes Integrales* e no ano 1959 pola súa obra *Equivalencia entre algunos problemas del Cálculo de Variaciones, la Teoría de los Invariantes Integrales Generalizados y la Geometría Integral*.

Outras publicacións son: *Fundamentos de la Geometría Integral*, *Introducción a la geometría diferencial* (1956), *Curso de matemáticas para técnicos, químicos y biólogos* (1957), *Problemas de matemáticas* (1961), *La Nueva Matemática* (1961), *Curso de matemáticas para ingenieros, físicos y químicos* (1961), *Cálculo de órbitas de estrellas dobles visuales* (1953).

Vidal vailles propoñendo aos seus discípulos temas de traballo como a teoría de foliacións, as estruturas case-produto e as xeometrías hermíticas, que conducen ao que hoxe é coñecido como os «Espazos de Vidal» ou, en colaboración co profesor Hervella, dous novos tipos de estruturas case-hermíticas coñecidas co nome de Xeometrías G1 e G2 (o «G» polo de galegas).

**Topoloxía**

A topoloxía, estreitamente relacionada coa xeometría diferencial, é a rama das matemáticas dedicada ao estudo das propiedades dos corpos xeométricos que permanecen inalteradas por transformacións continuas. Por este motivo é coñecida como «xeometría de goma», porque pode transformar unha cunca nunha rosquilla (teñen as dúas un burato); por iso, un chiste habitual entre os topólogos é que «un topólogo é unha persoa incapaz de distinguir unha cunha dunha rosquilla».

**Actividade 8:**

**Propiedades topolóxicas: Cifras e letras**

a. No conxunto de letras do abecedario

a b c d e f g h i l m n ñ  
o p q r s t u v x y z

existen dous grupos de letras que son topoloxicamente equivalentes. Constrúe eses grupos.

b. Cantos grupos diferentes de números topoloxicamente equivalentes se poden formar coas 10 cifras?

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

**Atrévete agora con algúns problemas clásicos da topoloxía:**

**1. Problema das pontes de Königsberg.**

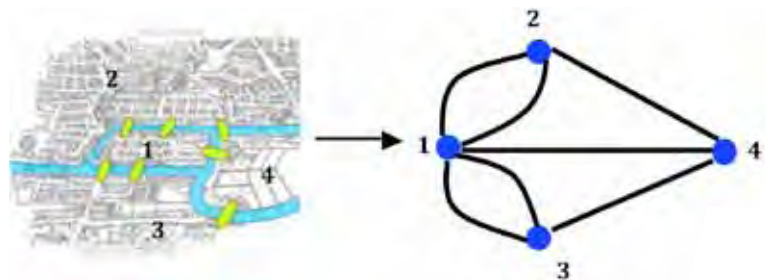
Königsberg é o antigo nome da cidade rusa de Kaliningrad, que no século XVIII formaba parte de Prusia. A cidade, atravesada polo río Pregolya, bifúrcase formando diferentes illas, tal e como indica o plano adxunto. O problema das pontes de Königsberg foi resolto por Leonhard Euler en 1736 e esta resolución deu lugar á chamada teoría dos grafos, feito considerado por moitos autores como a orixe da topoloxía.

No problema pregúntase se é posible dar un paseo comezando dende calquera das rexións, pasar por todas as pontes, percorrer só unha vez cada unha e regresar ao mesmo punto de partida.



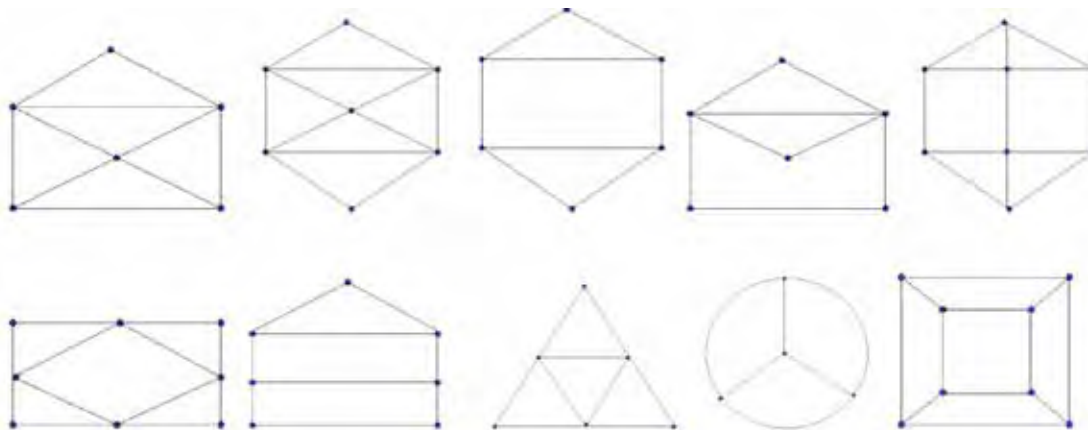
Un grafo é un conxunto de obxectos, chamados vértices ou nós (na figura, os puntos azuis numerados) e mais unha selección de pares de vértices (camiños) chamados arestas, orientadas ou non.

A solución a este problema vén dada polo que chamaremos grao dun vértice, de xeito que se o grao é un número impar o percorrido sería imposible.



**Actividade 9:**

Comproba cal das seguintes figuras se pode debuxar dun só trazo, sen levantar o lapis do papel:



**Actividade 10:**

Serías quen de unir estes nove puntos con catro liñas, sen levantar o lapis do papel?



**Actividade 11:**

Na actualidade, Kaliningrad non presenta o aspecto que tiña no século XVIII, xa que na Segunda Guerra Mundial dúas das pontes foron bombardeadas e tamén se construíron novas pontes. O aspecto que presenta agora é o da foto.



Constrúe o grafo que reflicte a nova distribución e resolve se na actualidade é posible percorrer todas as pontes, unha soa vez, e volver ao punto inicial.

**2. Teorema das catro cores**

Calquera mapa xeográfico pode ser coloreado con catro cores diferentes, de maneira que non queden rexións adxacentes coa mesma cor.

O problema foi presentado en 1852 por Francis Guthrie e foi resolto en 1976 por Kenneth Appel e Wolfgang Haken, inda que a demostración se fixo coa axuda dun ordenador, polo que non é recoñecida por moitos matemáticos.

O curioso é que o anterior se refire a un mapa plano ou a unha superficie esférica.

Se o mapa estivese debuxado sobre unha banda de Möbius precisaríanse 6 cores, e se fose sobre un toro cumprirían 7 cores.

**Actividade 12:**

Colorea o mapa das provincias peninsulares empregando 4 cores.





### 3. O teorema da esfera peluda

O enunciado orixinal parece un pouco difícil de entender: *Non existe un campo de vectores continuo sobre a esfera que sexa non nulo en todos os puntos*. Poderíamos traducilo por: *non se pode peitear unha esfera peluda de xeito que os pelos estean orientados de maneira continua, sen remuíños*. É dicir, é imposible peitear un coco de maneira continua.

Isto, que semella unha tolería, ten aplicacións na meteoroloxía ou na física nuclear: os primeiros reactores de fusión nuclear (*Tokamak*) tiñan forma esférica e sempre erraban, ata que se descubriu que era pola súa forma esférica e empezaron a construílos en forma de anel (toro).

#### Actividade 13

Responde e razoa as respostas:

- É posible peitear un can sen remuíños?
- É posible peitear o cabelo dunha persoa sen remuíños?
- É posible peitear unha rosquilla peluda?
- É posible que os ventos, na superficie terrestre, sopren de maneira que non se forme ningún remuíño?

Practica con *Descartes* (4.º ESO, 1.º e 2.º BAC)

As pontes de Königsberg:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/rompecabezas/PuentesKonigsberg.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/rompecabezas/PuentesKonigsberg.htm)

Topoloxía: transformacións xeométricas:

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/GE-TR-12/index.html](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/GE-TR-12/index.html)

#### Un matemático emprendedor

Enrique Vidal exerceu un papel fundamental na creación, en 1957, da Sección de Matemáticas da Universidade de Santiago de Compostela, que sería a cuarta creada en España. Esa sección había converter posteriormente na Facultade de Matemáticas; Vidal Abascal será o seu primeiro decano ata o seu retiro no ano 1978. Vidal foi vicepresidente da Real Sociedad Matemática Española nos períodos 1963-1966 e 1973-1978, xefe da Sección Matemática do Observatorio Astronómico de Santiago, do Consello Superior de Investigacións Científicas (CSIC) dende 1942 e director do Seminario Matemático de Santiago (CSIC) entre 1967 e 1978.

Vidal Abascal desempeñou un papel moi destacado na creación da *Real Academia Galega de Ciencias*, en colaboración con outros profesores e científicos galegos, academia da que foi o seu primeiro presidente e, máis adiante, presidente de honra.

Membro doutras sociedades científicas e culturais españolas e internacionais, como o Circolo Matematico di Palermo, a Real Sociedad Matemática Española, e a American Mathe-

tical Society, foi *referee* de numerosas revistas, entre elas a *Zentralblatt für Mathematik* (Alemaña) e a *Mathematical Reviews* (EEUU).

En decembro de 1954 Vidal Abascal participa, en representación da universidade, nos actos que celebran o centenario do nacemento do matemático coruñés Juan Jacobo Durán Loriga, que tiveron lugar no Pazo Municipal da Coruña.

Na lista das súas publicacións figuran un total de 87 obras, que se poden agrupar da seguinte maneira: 3 monografías e 13 artigos sobre astronomía; 1 libro, 5 monografías e 39 artigos sobre xeometría diferencial e integral, e 26 publicacións máis entre libros de matemáticas xerais, discursos, libros de ensaio e artigos de divulgación en revistas prestixiosas como, por exemplo, a *Revista de Occidente*. Ademais, moitos dos seus traballos de investigación foron publicados en revistas de recoñecido prestixio, como: *Astronomical Journal*, *Journal of Differential Geometry*, *Proceedings of the American Mathematical Society*, *Bulletin of the American Mathematical Society*, *Annals de l'Institut Fourier*, *Comptes Rendues de l'Académie des Sciences de Paris*, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, *Tensor N.S.*, etc.

#### Unha escola de xeometría española

Enviado en 1957 polo CSIC á Reunión de Matemáticos de Expresión Latina, en Niza, inicia unha frutífera e duradeira relación entre a daquela incipiente Escola de Xeometría Diferencial galega e algún dos máis prestixiosos matemáticos franceses, como A. Lichnerowicz e R. Deheuvels, da Universidade de París, ou G. Reeb, da de Estrasburgo. Ao longo da súa dilatada vida académica foi convidado a pronunciar conferencias ou ditar cursos de investigación en diversas institucións, entre elas, a Universidade de París VII, o Colexio de Francia e o Instituto Poincaré. Tamén foi convidado a participar en numerosos seminarios e congresos científicos nas universidades de París e de Estrasburgo, así coma nos centros de investigación matemática de Oberwolfach e Bruxelas, e en moitos outros congresos internacionais. Organizador do primeiro congreso internacional de matemáticas celebrado en España, en 1963, desempeñou un papel fundamental nos inicios da investigación nesta rama da ciencia no noso país.

Entre 1965 e 1978 dirixiu 15 teses de doutoramento, e os seus discípulos ocupan ou ocuparon os seguintes postos: 8 catedráticos de universidade, 1 profesor de investigación do CSIC, 2 catedráticos de escola universitaria, 4 profesores titulares de universidade e 1 colaborador científico do CSIC.

El mesmo, nun artigo de *El Correo Gallego* do 26 de novembro de 1993, recorda os seus colaboradores catedráticos: Echarte, Cordero, Naveira, Masa, Marisa Fernández, Hervella e De León, ademais de De Prada, Vidal Costa, Castro Bolaño, Gadea, Bonome, Ouviaña...

## B. A SÚA FACETA HUMANISTA

Na súa dilatada carreira, Vidal Abascal exerceu numerosos cargos e representacións en diversas entidades e sociedades. Por exemplo, foi membro de número da **Real Academia Galega** dende marzo de 1971, ocupando a vacante producida pola morte de D. Ramón María Aller. O seu discurso versou sobre «A crise da universidade europea» e respondeu ao seu discurso D. Ramón Otero Pedrayo. Cómpre salientar os seus ensaios e artigos sobre a escola de pintura galega, a universidade galega, a cultura galega, o seu discurso «Influencia de algunos matemáticos y universitarios en el renacimiento cultural de Galicia», a súa obra *Selecta. Jubileo científico...*



### Premios e mencións

Entre os numerosos premios e recoñecementos que recibiu o profesor Vidal Abascal destacan:

- Os xa citados con anterioridade: Premio **Alfonso X El Sabio**, outorgado polo CSIC en 1949, e o Premio da **Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales**, en dúas ocasións: 1953 e 1959.
- **Officier dans l'Ordre des Palmes Académiques**, distinción concedida polo Goberno francés no ano 1974.
- **Medalla Castelao**, concedida pola Xunta de Galicia no ano 1986 en recoñecemento a toda unha vida dedicada a Galicia.
- **Premio de Investigación Xunta de Galicia**, no ano 1989, concedido polo conxunto da súa obra científica.
- **Primeiro Científico Galego**, distinción realizada pola Real Academia Galega de Ciencias, o día 23 de abril do 2008, na instauración do Día do Científico Galego e coincidindo co centenario do seu nacemento. O acto institucional contou coa participación de tres relatores: o seu fillo, Félix Vidal Costa, profesor de Física da USC («Enrique Vidal Abascal: o factor humano», recordo de Vidal Abascal); Manuel de León, catedrático de investigación do CSIC («Enrique Vidal Abascal, el sembrador de geometría», relatorio sobre os traballos de xeometría do matemático); e Luis Cordero Rego («Enrique Vidal Abascal, o meu mestre»).



### C. PINTURA

A pintura de Vidal Abascal é unha pintura identificada cos problemas e coas xentes da súa terra: figuras illadas, retratos familiares, costumes, historia urbana e rural...



Autorretrato, 1931



Aula no instituto, 1943



A súa filla Teresa, 1950



Nenas peiteándose, 1950



Rapaza cosendo, 1951



Rapaz tocando a frauta, 1954



Músico e neno, 1960



Entroido no Ulla, 1971



Feira de Padrón, 1972



Rapazas nas Praterías, 1972



Maternidade, 1975



Rapazas con mazás, 1980

Enrique Vidal Abascal morre en Santiago de Compostela o 31 de outubro de 1994.

O 24 de xaneiro de 1995, no Salón Nobre de Fonseca, celébrase un acto *In Memoriam* de Enrique Vidal Abascal onde Xosé Masa Varela, D. André Lichnerowicz e o reitor da Universidade de Santiago de Compostela, Darío Villanueva Prieto, glosan, nos seus discursos, facetas da súa vida, do seu labor como científico, pintor, humanista...

Como actividade final propoñémosche un reto apaixonante: tenta aplicar algúns dos conceptos xeométricos e topolóxicos que aprendiches nesta unidade á obra pictórica de Vidal Abascal. Para axudarche a desenvolveres diferentes competencias e habilidades, animámoste a enviar a túa análise nun formato audiovisual á sección *Concursos de educaBarrié* (<http://www.educabarrie.org/concursa>).

**Como actividade final, comproba o que sabes sobre a biografía de Vidal Abascal.**

- Enrique Vidal Abascal naceu en:
  - Lalín  Santiago  Oviedo  Ourense
- Estudou o bacharelato en:
  - Lalín  Santiago  Oviedo  Ourense  A Coruña
- Licenciouse en Ciencias Exactas na Universidade de:
  - Santiago  Complutense de Madrid
  - Barcelona  Oviedo
- Foi bolseiro nunha cidade estranxeira:
  - Xenebra  París  Frankfurt  Lausanne
- A persoa que dirixiu a súa tese de doutoramento foi:
  - Durán Loriga  Ramón Aller
  - Laxeiro  Matemático Rodríguez
- A súa tese de doutoramento versou sobre:
  - Curvas e superficies  Xeometría diferencial
  - Espazos de Vidal  Estrelas dobres
- Deseñou un aparato para trazar a traxectoria das estrelas dobres que se chamou:
  - Goniómetro  Taquígrafo  Orbígrafo  Dígrafo
- Unha das seguintes medidas non se utiliza á hora de observar estrelas dobres:
  - Distancia angular  Distancia dende a Terra
  - Magnitude das estrelas  Ángulo de posición respecto do N.
- Vidal Abascal foi académico numerario da Real Academia ...
  - Galega  San Fernando
  - Ciencias Exactas, Físicas y Naturales  Galega de Ciencias
- Non recibiu un só destes premios ou distincións:
  - Alfonso X El Sabio  Medalla Fields
  - Investigación da Xunta de Galicia  Medalla Castelao
- Un destes obxectos non é topoloxicamente equivalente aos outros:
  - Unha cunca de café  Un donuts
  - Unha pelota  Un flotador
- Vidal Abascal ocupou, na Real Academia Galega, a vacante deixada por:
  - Ramón Otero Pedrayo  Xesús Ferro Ruibal
  - Ramón Aller Ulloa  Durán Loriga

**Rúbrica de avaliación das actividades da unidade**

ESCALA DE CUALIFICACIÓN							Puntos
Peso	4	3	2	1	0		
LECTURAE COMPRENSIÓN DO TEXTO	10%	Le o texto e mostra unha total comprensión da unidade.	Le o texto pero mostra unha comprensión parcial da unidade.	Le o texto pero mostra pouca comprensión da unidade.	Le o texto pero non comprende case nada da unidade.	Non le o texto.	
PROCURADE INFORMACIÓN ACTIVIDADE 1	10%	Busca información, atopa as 5 referencias propostas e é capaz de dar unha explicación de todas.	Busca información, atopa 4 das referencias propostas e é capaz de dar unha explicación delas.	Busca información, atopa 3 das referencias propostas e é capaz de dar unha explicación delas.	Busca información, atopa e expón 1 ou 2 das referencias propostas.	Non busca información.	
ASTRONOMÍA ACTIVIDADE 2	15%	Resolve toda a actividade e mostra unha comprensión total.	Consegue facer as cuestións: a), b) e c).	Consegue facer as cuestións: a), e b).	Cústalle entender os termos propostos e apenas fai a cuestión a).	Non fai a actividade.	
CURVAE SUPERFICIES INFORMACIÓN ACTIVIDADES 3, 4, 5, 6 e 7	15%	Fai todas as actividades completas.	Fai 4 actividades completas.	Fai 2 ou 3 actividades completas.	Atopa a información da actividade 4 e/ou consegue facer unha actividade.	Non fai a actividade.	
CONCEITOS TOPOLOXICOS ACTIVIDADES 8-13	15%	Fai todas as actividades completas.	Fai 4 ou 5 actividades completas.	Fai 3 actividades completas.	Fai 1 ou 2 actividades completas.	Non fai a actividade.	
ACTIVIDADES EN INTERNET: DESCARTES	20%	Accede a un mínimo de 2 actividades de A, B e C e é capaz de realizar as actividades con sultura.	Mostra un dominio considerable de <i>Descartes</i> e consegue facer polo menos unha actividade de A, B e C.	Mostra un dominio moderado de <i>Descartes</i> e consegue facer algunha actividade.	Accede a <i>Descartes</i> pero non manexa ben a aplicación e non consegue realizar ningunha actividade.	Non fai a actividade.	
TEST DE CONECEMENTOS BIOGRÁFICOS	15%	Máis de 9 acertos.	Ata 9 acertos.	Ata 6 acertos.	Ata 3 acertos.	Non fai o test ou non acerta ningunha das preguntas propostas.	
<b>100%</b>						<b>Puntuación total</b>	

## Glosario de termos

**Ángulo de posición:** ángulo medido dende a posición ata a liña recta que une as dúas estrelas dun sistema binario.

**Ano-luz:** distancia que percorre a luz nun ano (velocidade da luz: 300 000 km/s).

**Banda de Möbius:** superficie dunha soa cara, que se forma cunha fita de papel cando se xira un dos extremos 180°.

**Catenaria:** curva que determina un cable que está suspenso dos seus extremos.

**Cicloide:** curva que debuxa un punto dunha roda cando esta xira.

**Cónica** ou sección cónica é a intersección dunha superficie cónica cun plano que non pasa polo seu vértice. Son cónicas: **elipse (circunferencia), parábola e hipérbola.**

**Clotoide:** curva que ten a propiedade de que en cada punto a súa curvatura é proporcional á lonxitude da curva a ese punto dende a orixe. Esta propiedade é útil para o trazado de estradas e liñas de ferrocarril.

**Cuádrlica:** superficie do espazo cuxas seccións planas son cónicas. Son cuádrlicas: **elipsoide, paraboloides hiperbólico, paraboloides elíptico, hiperboloides dunha folla, hiperboloides de dúas follas, cilindro elíptico, cilindro hiperbólico, cilindro parabólico e cono elíptico.**

**Distancia angular:** separación angular entre as dúas compoñentes dun sistema binario medido en segundos de arco (").

**Espiral** é a liña curva xerada por un punto que se vai afastando progresivamente do centro á vez que xira arredor del.

**Estrela secundaria** é a estrela de menos magnitude dun sistema binario.

**Estrelas binarias:** é un sistema estelar composto de dúas ou máis estrelas que orbitan mutuamente arredor dun centro de masas común.

**Grafo** é un conxunto de obxectos, chamados vértices ou nós, e unha selección de pares de vértices (camiños), chamados arestas, orientadas ou non.

**Hélice** é unha liña curva cuxas tanxentes forman un ángulo constante seguindo unha dirección fixa no espazo (o arame dun caderno é unha hélice).

**Magnitude aparente dun astro:** é unha medida do seu brillo aparente, é dicir, a cantidade de luz que se recibe do obxecto.

**Notación científica** é a maneira de escribir un número na forma:  $a, bc... \times 10^n$  (exemplo: velocidade da luz =  $3 \times 10^8$  km/s).

**Ocaso** é a ocultación dun astro no horizonte debido á rotación da Terra.

**Órbitas elípticas:** traxectoria en forma de elipse que segue un astro.

**Orto** é a saída dun astro polo horizonte debido á rotación da Terra.

**Paralaxe:** ángulo formado pola dirección de dúas liñas visuais relativas á observación dunha estrela dende dous puntos distintos suficientemente afastados entre eles é non aliñados con el.

**Parsec (pc):** é a distancia á que se atopa un obxecto do Sol cando hai un segundo de paralaxe entre o Sol e a Terra, sendo ese corpo o vértice do ángulo e sabendo que entre o Sol e a Terra hai 1 UA.

**Superficie regrada** é a superficie xerada por unha recta (exemplo: un cilindro é unha superficie regrada xerada por unha recta que xira paralelamente arredor dun eixe).

**Topoloxía** é a rama das matemáticas que estuda aquelas propiedades dos corpos xeométricos que permanecen inalteradas por transformacións continuas (por exemplo, un prato pode transformarse nunha cunca de caldo, sen asa).

**Toro** é unha superficie de revolución xerada por unha circunferencia que xira arredor dunha recta exterior coplanar.

**Tractiz:** curva que describe un obxecto que é arrastrado por outro, que se mantén a unha distancia constante e que se despraza en liña recta.

**Unidade astronómica (UA)** é igual á distancia media que hai entre o Sol e a Terra, é dicir, uns 149 600 000 km.

## Bibliografía

ALSINA, C. (2009). *Geometría para turistas*. Editorial Ariel. Madrid.

ARRIBAS DE COSTA, A. (2003). *Astronomía y matemáticas*. Guías Praxis para el profesorado.

VV. AA. (1982). *Enciclopedia Sarpe de la Astronomía*. Editorial Sarpe. Madrid.

FERRO RUIBAL, X. (1996). «Na memoria de Enrique Vidal Abascal». Discurso de entrada na Real Academia Galega.

GARCÍA IGLESIAS, J. M. (1995). *Vidal Abascal, matemático-pintor, universitario-artista*. Fundación Pedro Barrié de la Maza. A Coruña.

VIDAL COSTA, E., MASA VÁZQUEZ, X. e VIDAL ABASCAL, E. (1999). *Dous Matemáticos Galegos: Ramón Aller Ulloa, Enrique Vidal Abascal*. Consellería de Educación e Cefocop de Lugo.

## Páxinas web:

Real Academia Galega das Ciencias:

[www.ragc.cesga.es](http://www.ragc.cesga.es)

Fundación Barrié: [www.fundacionbarrie.org](http://www.fundacionbarrie.org)

educaBarrié: [www.educabarrie.org](http://www.educabarrie.org)

Real Academia Galega: [www.realacademiagalega.org](http://www.realacademiagalega.org)

Ciudad de la pintura: <http://pintura.aut.org/>

Museo Ramón Aller de Lalín:

<http://www.lalin.org/cultura/museo.asp>

Proxecto *Descartes*. MEC: <http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>

Wikipedia: <http://es.wikipedia.org>

## Artigos

Enrique Vidal Abascal.

Estrella binaria.

Cuádricas.

Topología.

Banda de Möbius.

Botella de Klein.

Catenaria.

Superficies regladas.

Problema de los puentes de Königsberg.

Teorema de los cuatro colores.

## Créditos

**Páx. 8 e 9:**

A fotografía de Vidal Abascal é do libro de José Manuel García Iglesias.

A fotografía da pintura de Aller é da publicación *Dous Matemáticos Galegos*.

**Páx. 10 e 11:**

O mapa é de Google maps.

A foto do Museo de Lalín é da páxina web do propio museo.

A foto do Observatorio de Vila de Cruces é da páxina do Concello.

A foto do orbígrafo é do libro de José Manuel García Iglesias.

**Páx. 12 e 13:**

A foto co orbígrafo é da publicación:

*Vidal Abascal, matemático-pintor, universitario-artista*. Autor: José Manuel García Iglesias. Fundación Pedro Barrié de la Maza, 1995.

**Páx. 14:**

O seguimento de Sirio é do libro *Enciclopedia Sarpe de Astronomía*.

O outro debuxo é unha composición do autor.

**Páx. 16:**

O debuxo é unha composición do autor, dun debuxo de Wikipedia.

**Páx. 17:**

Algunhas fotos son de folletos turísticos do Concello; outras do propio autor; de Google maps e de orixe indeterminada (buscador de Google).

**Páx. 19:**

As representacións da parábola e catenaria son de Wikipedia.

As fotos dos arcos son de orixe indeterminada (buscador de Google).

As cuádricas son de Wikipedia.

**Páx. 20:**

Fotos do autor e de Google maps (aéreas).

As superficies da actividade 7 son de Wikipedia.

**Páx. 21:**

As fotos da actividade Banda de Möbius son do autor.

**Páx. 24:**

O cadro de Lausanne é do libro de José Manuel García Iglesias.

**Páx. 25:**

O debuxo das pontes de Königsberg é de Wikipedia.

Os outros son composición do autor.

A foto aérea é de Google maps.

**Páx. 27:**

O debuxo do mapa coloreado é de Wikipedia.

**Páx. 30:**

A foto do I Congreso Internacional de Matemáticas é do libro de José Manuel García Iglesias.

**Páx. 33:**

Os cadros son da páxina web Ciudad de la pintura.



[www.educabarrie.org](http://www.educabarrie.org)  
[www.fundacionbarrie.org](http://www.fundacionbarrie.org)

Síguenos en  

Real Academia Galega de  
Ciencias - RAGC  
[www.ragc.cesga.es](http://www.ragc.cesga.es)  
San Roque, 2  
15704 Santiago de Compostela  
Tel.: + 34 981 552 235

Cantón Grande, 9  
15003 A Coruña  
Tel.: + 34 981 221 525  
Fax: + 34 981 224 448

Policarpo Sanz, 31  
36202 Vigo  
Tel.: + 34 986 110 220  
Fax: +34 986 110 225



**educa**  
**Barrié**

**Fundación Barrié**